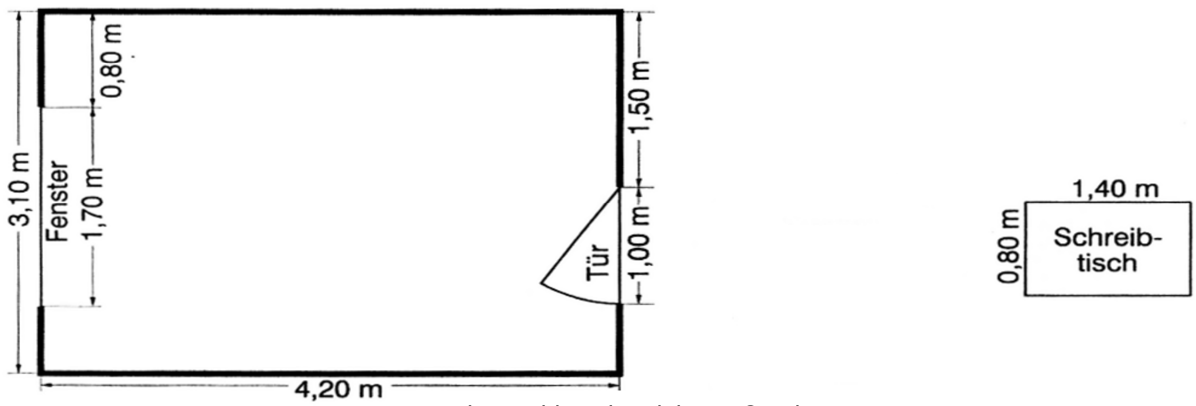
Vergleichstest 9. Jahrgang Realschule **KGS Niedersachsen**
Aufgabenbereich: Ähnlichkeit
Name: Datum: 1.6.2006

1. Hanna möchte sich ein eigenes Zimmer einrichten. Um besser planen zu können, fertigt sie einen Grundriss an, auf dem die Abmessungen des Zimmers zu sehen sind (s. Abb.).

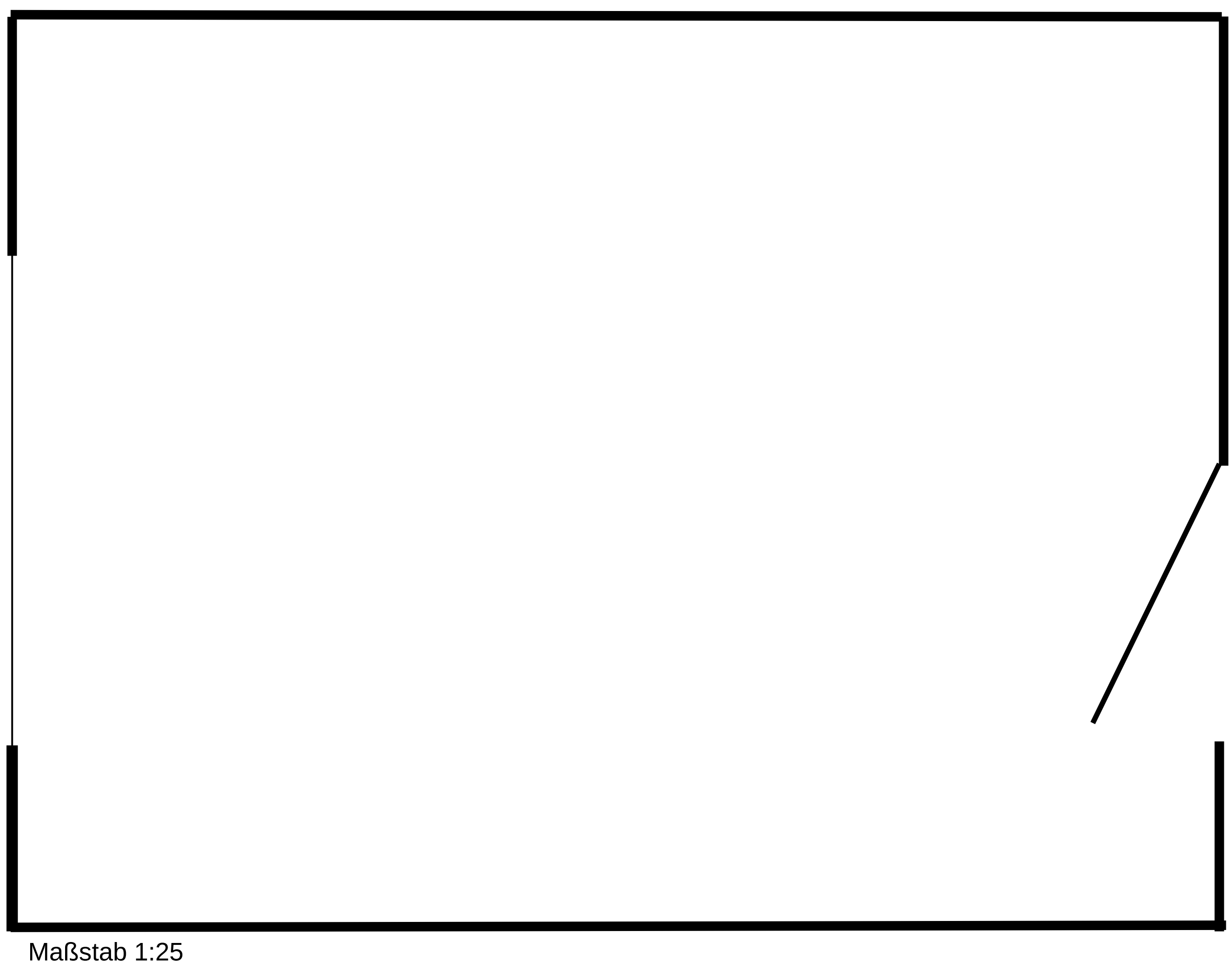
Diese Skiz



Diese Skizze ist nicht maßstabsgetreu!

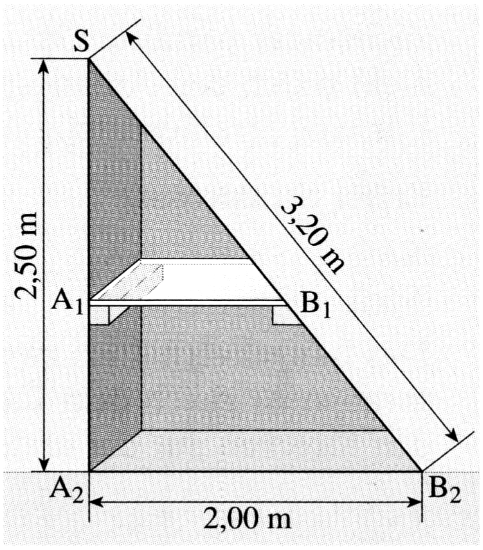
a) Das unten aufgezeichnete Zimmer ist im Maßstab 1:25 vorgegeben. Berechne die zu zeichnenden Maße des Schreibtisches, wenn alles in diesem Maßstab dargestellt werden soll.

b) Zeichne den Schreibtisch in dem unten stehenden Grundriss mittig vor das Fenster.



Maßstab 1:25

2. In der Nische einer Dachschräge in ihrem Zimmer soll in 1,00 m Höhe ein Boden aus Glas angebracht werden.



a) Bestimme die Länge der Glasplatte $\overline{A_1B_1}$.

b) Hanna und Peter berechnen die Entfernung von S zu B_1, um die Stelle festzulegen, an der ein Träger für die Glasplatte angebracht werden muss.
Hanna stellt folgende Gleichung auf:
$$\frac{1{,}5}{2{,}5} = \frac{x}{3{,}2}$$
Peter hingegen beginnt mit einem anderen Ansatz:
$$\frac{x}{3{,}2} = \frac{2{,}5}{1{,}5}$$

Bewerte die beiden Lösungsansätze.

3. Hanna hat im Urlaub mit ihrem Fotoapparat ein Dia (Format: 24 mm x 36 mm) gemacht.

a) Das Dia (links) wurde wie abgebildet vergrößert. Ermittle das Streckzentrum und den Streckfaktor.


Dia


Vergrößerung

b) Hanna möchte für ihr Zimmer von ihrem Dia eine maßstabsgerechte Vergrößerung (ohne Verschnitt) anfertigen lassen. Der Fotohändler bietet ihr folgende Papierformate an: 20 cm x 30 cm, 24 cm x 30 cm, 30 cm x 45 cm und 40 cm x 50 cm.
Welche dieser Papierformate könnte Hanna wählen, wenn sie eine maßstabsgerechte Vergrößerung ihres Dias erhalten möchte? Schreibe deinen Lösungsweg auf.

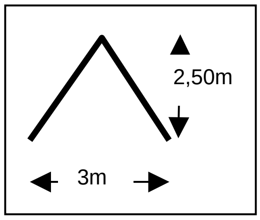
c) Der Preis für eine 20 cm x 30 cm Vergrößerung beträgt 1,95 €, der Preis für eine 40 cm x 50 cm Vergrößerung beträgt 5,95 €. Ist der Preis für das größere Poster gegenüber dem kleineren durch den erhöhten Materialverbrauch gerechtfertigt?

Vergleichstest 9. Jahrgang Realschule **KGS Niedersachsen**
Aufgabenbereich: Satz des Pythagoras
Name: Datum: 1.6.2006

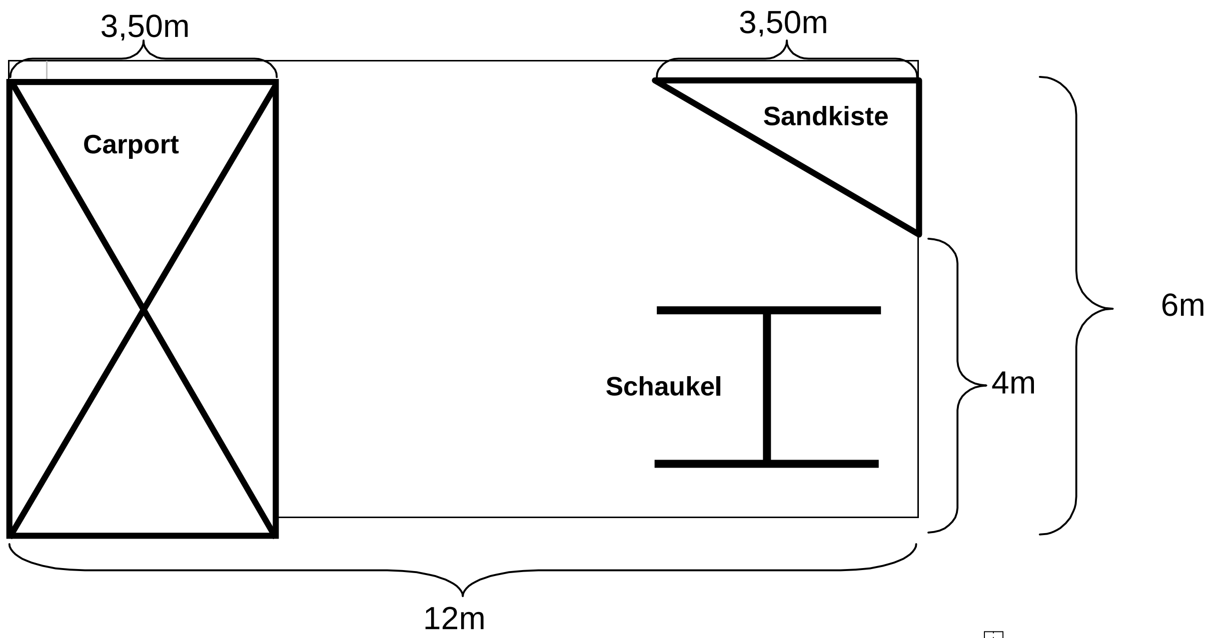
Ausgangspunkt für die Aufgaben 1 bis 3 ist ein rechteckiges Gartengrundstück mit den angegebenen Maßen.

1. Das Dach des Carports muss durch Blechbänder versteift werden, die diagonal durch das Dach gespannt werden. Dieses Blechband kostet 0,75 € pro Meter und wird nur meterweise verkauft. Berechne die Länge der beiden Diagonalen und den Preis für die benötigte Blechbandlänge.

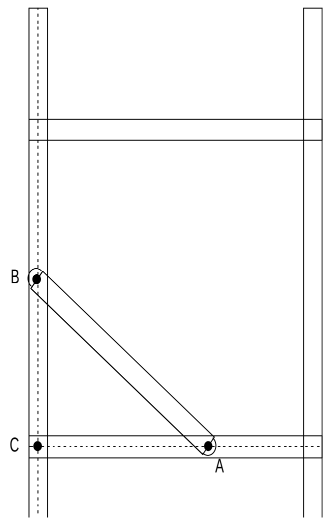
2. Das Schaukelgerüst ist 2,50m hoch, die Balken stehen am Boden 3m auseinander. Wie viele 5m lange Balken werden benötigt, um die erforderlichen 4 Stützbalken zuzuschneiden?



3. a) Berechne die längste Seite der Sandkiste!
   b) Die Sandkiste soll bis zu einer Höhe von 30 cm mit Sand gefüllt werden.
   Bestimme die dazu benötigte Menge Sand (in m³).



4. Ein Regal soll aufgestellt werden. Damit das Regal stabil und rechtwinklig steht, soll eine Metallstrebe angebracht werden (siehe Abbildung).
   Dazu werden auf den Regalbauteilen zwei Bohrungen mit den Abständen $\overline{BC}$ = 30 cm und $\overline{AC}$ = 50 cm durchgeführt. Auf der Metallstrebe beträgt der Abstand der Bohrlöcher 60 cm.
   a) Zeige, dass das Regal mit diesen Bohrungen nicht rechtwinklig aufgestellt werden kann.
   b) Welche Veränderungen würdest du vornehmen, um zu einem rechtwinkligen und stabilen Aufbau zu kommen? Begründe deine Entscheidung.



Vergleichstest 9. Jahrgang **Realschule** **KGS Niedersachsen**
Aufgabenbereich: Gleichungssysteme
Name: Datum: 1.6.2006

1. Berechne den Schnittpunkt der beiden Geraden $g_1 = 0,5 \cdot x - 1,4$ und $g_2 = -0,7 \cdot x + 6$. Gib beide Koordinaten des Schnittpunkts an.

2. Familie Lehmann möchte über das Wochenende ein Auto mieten. Für die Hin- und Rückfahrt rechnet sie mit einer Strecke von 300 km. Nach umfangreicher Suche im Internet liegen die folgenden Angebote von Firmen vor:

<u>Angebot 1:</u>
Firma Intermiet:
Grundgebühr 50 €
30 Ct pro Kilometer

<u>Angebot 2:</u>
Firma Bertz:
Grundgebühr 80 €
18 Ct pro Kilometer

<u>Angebot 3:</u>
Firma Parturent:
Grundgebühr 110 €
0,12 € pro Kilometer

a) Um sich einen Überblick zu verschaffen, werden die Kosten der einzelnen Angebote in Abhängigkeit von den gefahrenen Kilometern in einer Tabelle dargestellt.

Fülle die Tabelle aus. Welches Angebot sollte Familie Lehmann wählen?

Strecke	Angebot 1	Angebot 2	Angebot 3
0 km			
200 km			
300 km			
400 km			

b) Zeichne die Graphen für die drei Angebote in das vorgegebene Koordinatenkreuz.

c) Die Kosten für den Leihwagen der verschiedenen Angebote kann mit einer Funktionsgleichung beschrieben werden. Dabei ist x die Variable für die gefahrenen Kilometer. Ordne den drei Angeboten richtige Funktionsgleichungen zu.

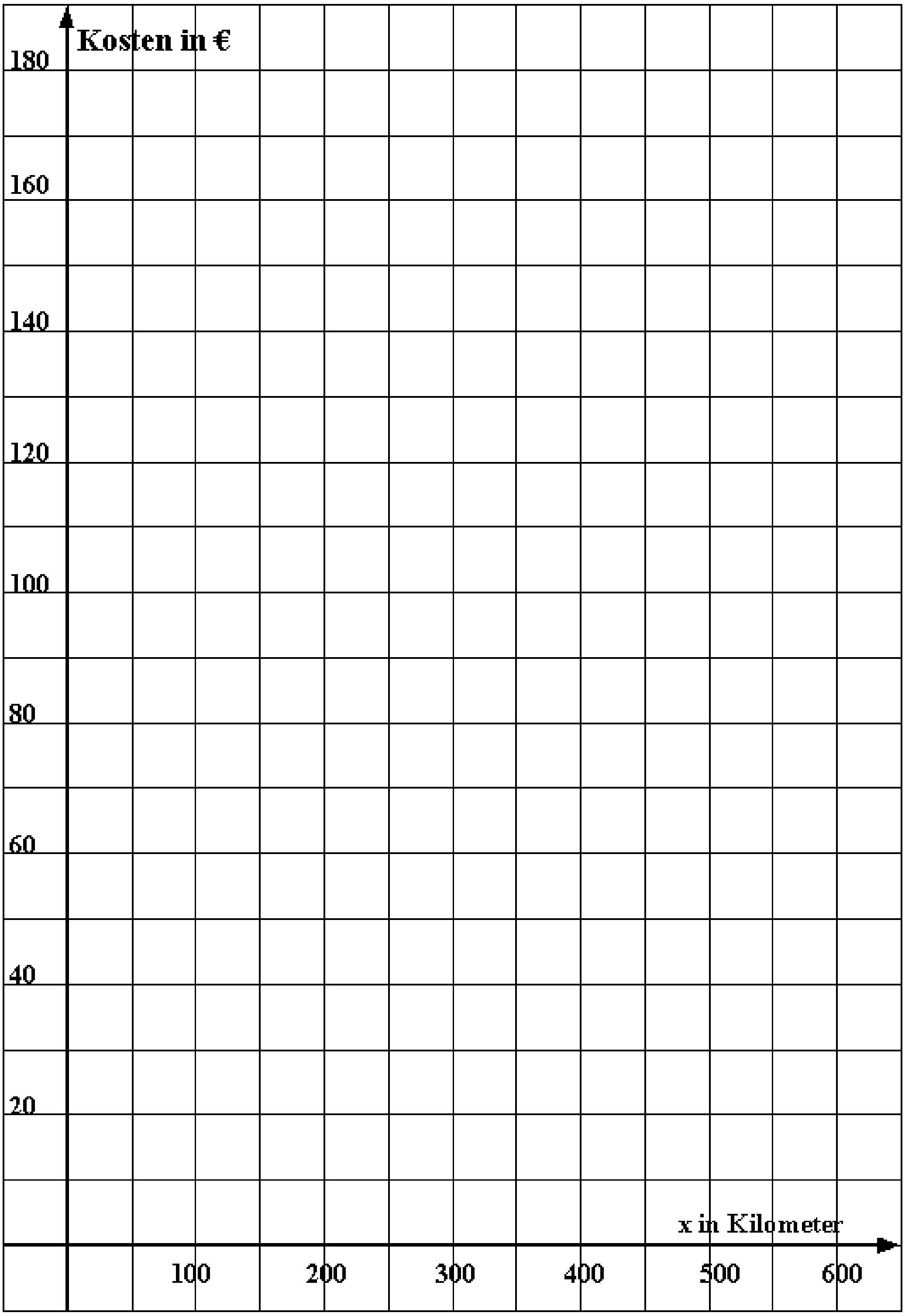
$y_1 = 0,3 \cdot x + 50$ $y_4 = \frac{12}{100} \cdot x + 110$

$y_2 = 50 + 30x$ $y_5 = 0,18x + 80$

$y_3 = 110 \cdot 0,12x$ $y_6 = 0,80x + 18$

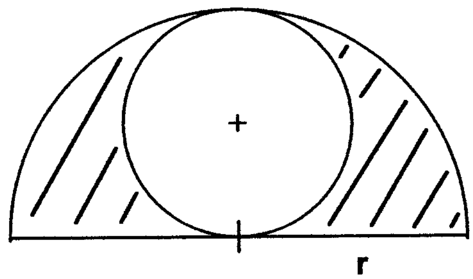
d) Ein Freund der Familie macht ein neues Angebot. Es lässt sich mathematisch durch folgende Funktionsgleichung ausdrücken: $y_7 = 0,4$ x
Schreibe für dieses Angebot ein Werbeplakat, so wie es oben für die ersten drei Angebote zu sehen ist.

Vergleichstest 9. Jahrgang **Realschule** **KGS Niedersachsen**
Aufgabenbereich: Gleichungssysteme
Name: Datum: 1.6.2006



Vergleichstest 9. Jahrgang Realschule KGS Niedersachsen
Aufgabenbereich: Kreis
Name: Datum: 1.6.2006

1. a) Zeichne die neben stehende Figur so, dass der Radius des Halbkreises r = 5 cm beträgt.



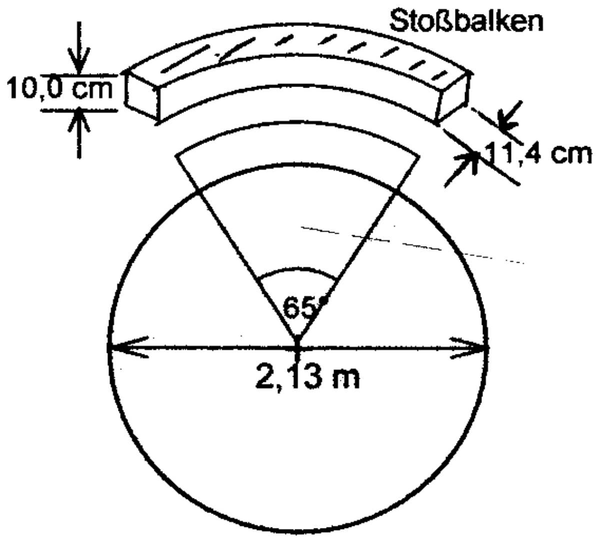
b) Vergleiche die Länge des Kreisbogens des Halbkreises (Radius r = 5 cm) mit dem Umfang des kleinen Kreises. (Berücksichtige beim **Halbkreis** nur die Kreislinie, nicht den Durchmesser.)

c) Berechne den Inhalt der schraffierten Fläche (Radius r = 5 cm).

2. Du siehst die Abmessungen eines betonierten Kugelstoßkreises. Der Stoßbalken ist mit den genauen Maßen **noch einmal** darüber eingezeichnet worden.

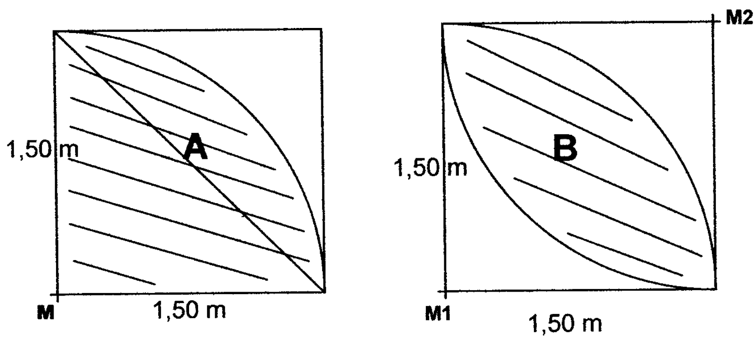
a) Wie groß ist die Fläche des Kugelstoßkreises?

b) Die obere Fläche des Stoßbalkens (in der Zeichnung schraffiert) muss weiß gestrichen werden. Berechne die zu streichende Fläche.

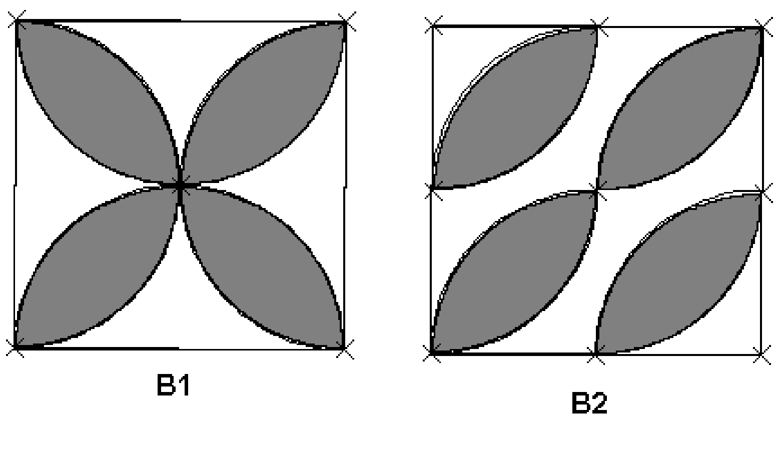


3. a) Berechne den Inhalt der schraffierten Fläche A. (r = 1,50 m)

b) Berechne den Inhalt der schraffierten Fläche B.



c) In einem Park sollen Beete der Form B1 und der Form B2 eingerichtet werden. Zeichne alle möglichen Symmetrieachsen in beide Figuren ein.



Bewertung Vergleichstest KGS 9. Jahrgang **Realschule**

Bei der Korrektur der Vergleichsarbeit ist Folgendes zu berücksichtigen:

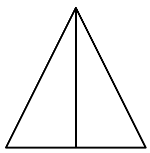
- Bei der Darstellung der Lösungswege wurde bei Zwischenschritten bewusst auf die Einheiten verzichtet.
- Bei vielen Aufgaben gibt es alternative Lösungswege, die nicht alle hier aufgeführt werden können. Diese Lösungswege sind mit der gleichen Bepunktung zu bewerten, wie die unten vorgegebenen Beispiellösungen.
- Hat ein Schüler / eine Schülerin Teillösungen erstellt, so sind diese in jedem Fall zu bewerten.
- Ein Fehler in einer Rechnung hat nicht zwangsläufig zur Folge, dass auf weitere Rechnungen in der Aufgabe keine Punkte mehr gegeben werden können. Eine folgerichtige Lösung ist deshalb positiv zu bewerten.
- Eine Lösung ohne oder mit einer falschen Maßeinheit führt zu einem Punktabzug von 0,5 Punkten.
- Beim Messen und Zeichnen sind Abweichungen von 1 mm bzw. 1° in beide Richtungen zu tolerieren.

Die erreichten Punkte der Schülerinnen und Schüler werden in die mitgelieferte Tabelle eines Kalkulationsprogramms eingegeben. Die Notenzuweisung erfolgt automatisch. Die Auswertung für die Lerngruppe erfolgt auf dem obersten Tabellenblatt der Auswertungstabelle. Pro Teilaufgaben können Erfolgswerte der Schüler abgelesen werden.
Die Schüler bearbeiten drei Aufgabenbereiche. Die zu bearbeitenden Bereiche werden von der Fachkonferenz oder vom Fachbereichsleiter / Fachbereichsleiterin ausgewählt.

Aufgabe	***erwartete Lösung***	***Punkte***
	Ähnlichkeit / zentrische Streckung - Realschule	
1a	Berechnung der zu zeichnenden Maße Schreibtischbreite: 1 cm → 25 cm 0,04 cm → 1 cm 5,6 cm → 140 cm Allgemeine Umrechnungsformal für das Zeichenmaß $\frac{1 \cdot x}{25}$ gilt für alle Rechnungen. Tiefe des Schreibtisches $\frac{0{,}8m}{25}$ = 0,032 m = 3,2 cm	2
1b	Mitte der Schreibtischbreite 5,6 cm : 2 = 2,8 cm Fensterbreite:1,7 m →$\frac{1{,}7m}{25}$= 0,068 m = 6,8 cm Fenstermitte: 6,8 cm : 2 = 3,4 cm *Richtiges Einzeichnen des Schreibtisches*	3

2a	*Berechnung Nach dem 2. Strahlensatz:* $\frac{\overline{A1B1}}{\overline{A2B2}} = \frac{\overline{SA1}}{\overline{SA2}}$, $\overline{SA2}$ = 2,5 m, $\overline{SA1}$ = 2,5 m – 1 m = 1,5 m $\frac{\overline{A1B1}}{2m} = \frac{1{,}5m}{2{,}5m}$ $\overline{A1B1} = \frac{1{,}5m \cdot 2m}{2{,}5m}$ = 1,2 m Der Glasboden muss 1,20 m lang sein. *Alternative Lösung nach dem Satz von Pythagoras, dann müsste zuerst 2b) gelöst werden, denn* $\overline{A1B1}$ *ist unbekannt:* $\overline{SB1}^2 = \overline{A1B1}^2 + \overline{SA1}^2$ $\overline{A1B1}^2 = \overline{SB1}^2 - \overline{SA1}^2$ $\overline{A1B1}^2 = 1{,}92m^2 - 1{,}5m^2$ $\overline{A1B1} = \sqrt{3{,}69m^2 - 2{,}25m^2}$ $\overline{A1B1} = \sqrt{1{,}44m^2}$ $\overline{A1B1} = 1{,}2m$ *Weitere alternative Lösung: zeichnerisch*	4
2b	Hannas Lösung ist korrekt, ihr Ansatz entspricht dem ersten Strahlensatz. Peters Lösungsansatz ist falsch, da er eine Verhältnisgleichung falsch aufstellt. Einmal steht der kurze Teilabschnitt im Zähler, einmal im Nenner. Wenn er von einem Bruch den Kehrwert bildet, so erhält er einen richtigen Lösungsansatz.	4
3a	Zeichnerische Bestimmung des Streckzentrums und Ermittlung des Streckfaktors über Verhältnisgleichung. Streckfaktor: circa 2,5	4
3b	Für jede der vier Überprüfungen wird je 1 Punkt vergeben. Bei dem Dia von 24 mm x 36 mm kann sie entweder das Format 20 cm x 30 cm wählen, denn 24 mm : 12 · 100 = 200 mm = 20 cm und 36 mm : 12 · 100 = 300 mm = 30 cm oder das Format 30 x 45 cm, denn k = 300 mm : 24 mm = 12,5 und k = 450 mm : 36 mm = 12,5 *Alle vier Überprüfungen sind laut Fragestellung erforderlich.*	4

3c	20 cm x 30 cm = 600 cm^2 40 cm x 50 cm = 2000 cm^2 Das ist die $3,\overline{3}$ fache Fläche (2000 cm^2 : 600 cm^2 = $3,\overline{3}$). Der Preis ist gerechtfertigt, denn der Preis ist niedriger als er bei gleicher Materialmenge sein könnte: „Tatsächlicher" Preis: 5,95 € : 1,95 € = 3,05 Eigentlich möglicher Preis: 1,95 € · $3,\overline{3}$ = 6,499 € ≈ 6,50 €	4
		25

Aufgabe	***erwartete Lösung***	***Punkte***
	Satz des Pythagoras - Realschule	
1	Länge der Diagonalen $2 \cdot d = 2 \cdot \sqrt{3,5^2 + 6^2} \approx 13,89$ Sinnvoll Runden $14 \cdot 0,75 = 10,50$ Man muss 10,50 € für 14 m bezahlen.	3 1 1
2	 1,5 $x^2 = 2,5^2 + 1,5^2$ $x = 2,92\ m$ Dies bedeutet, dass man vier Balken benötigt.	3 2
3a	Länge der Katheten: 2m und 3,50 m $x^2 = 2^2 + 3,5^2$ $x = \sqrt{16,25}$ $x \approx 4,03\ m$	5
3b	$V = G \cdot h$ $V = 0,5 \cdot 2 \cdot 3,5 \cdot 0,3$ $V = 1,05$ Es werden 1,05 m^3 Sand benötigt.	3

4	Nachweis über den Satz des Pythagoras $\overline{AC}^2 + \overline{CB}^2 \neq \overline{AB}^2$ Eine der beiden Änderungsmöglichkeiten: Bohrung B versetzen mit $\overline{BC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{AC}^2} = \sqrt{3600 - 2500} = \sqrt{1100} = 33,2$ oder Bohrung A versetzen mit $\overline{AC} = \sqrt{\overline{AB}^2 - \overline{BC}^2} = \sqrt{3600 - 900} = \sqrt{2700} = 52,0$ Antwortsatz: Eine Bohrung auf den Regalbauteilen muss um 3,2 cm (2 cm) versetzt werden. Eine Bohrung auf der Metallschiene nach innen zu verändern ist möglich. Die Metallschiene steht dann aber über.	3 3 1
		25

Aufgabe	*erwartete Lösung*	*Punkte*
	Gleichungssysteme - Realschule	
1	Gleichsetzen der Funktionsgleichungen $0,5x - 1,4 = -0,7x + 6$ $1,2x - 1,4 = 6$ $1,2x = 7,4$ $x = 6,1\overline{6}$ $g_1(6,1\overline{6}) = 0,5 \cdot (6,1\overline{6}) - 1,4$ $g_1(6.1\overline{6}) = 1,68\overline{3}$ $S(6,1\overline{6}; 1,68\overline{3})$	1 2 1 1
2a	Je Berechnung 0,25 Punkte Strecke — Angebot 1 — Angebot 2 — Angebot 3 0 km — 50 € — 80 € — 110 € 200 km — 110 € — 116 € — 134 € 300 km — 140 € — 134 € — 146 € 400 km — 170 € — 152 € — 158 € Antwortsatz	3 1
2b	Einzeichnen und beschriften der Graphen	6
2c	Zuordnen der richtigen Funktionsgleichungen je 2 Punkte: Angebot 1 → $y_1 = 0,3x + 50$ Angebot 2 → $y_5 = 0,18x + 80$ Angebot 3 → $y_4 = \frac{12}{100}x + 110$	6

2d	Angebot 4: Firma SUPER GÜNSTIG Keine Grundgebühr! Kilometerpreis 40 Cent	4
		25

Aufgabe	***erwartete Lösung***	***Punkte***
	Kreis - Realschule	
1a	Zeichnung	2
1b	Großer Kreis: $U_g = 2 \cdot 5 \cdot \pi \approx 31,4 \quad \frac{U_g}{2} = 15,7$ Kleiner Kreis: $U_k = 2,5 \cdot 2 \cdot \pi \quad U_k \approx 15,7$ Der Halbkreis und der kleine Kreis haben denselben Umfang	3
1c	*Schraffierte Fläche: Halbkreis – kleiner Vollkreis* $A_{Halbkreis} = (5^2 \cdot \pi) : 2 \approx 39,27$ $A_{Vollkreis} = 2,5^2 \cdot \pi \approx 19,63$ $A = 19,62$	3
2a	R = 1,065 m $A = 1,065^2 \cdot \pi \approx 3,56$ Antwortsatz	3
2b	$r_1 = 1,065$ $r_2 = 1,179$ $A_{gr\ Sektor} = \frac{65}{360} \cdot 1,179^2 \cdot \pi \approx 0,788$ $A_{kl\ Sektor} = \frac{65}{360} \cdot 1,065^2 \cdot \pi \approx 0,643$ $A_{Gesamt} = 0,788 - 0,643 = 0,145\ m^2$ Antwortsatz	6
3a	Viertelkreis $A = \frac{1}{4} \cdot 1,5^2 \cdot \pi \approx 1,77\, m^2$	2
3b	(Fläche eines Viertelkreises – Fläche eines Dreiecks) mal 2 $A = 2 \cdot (1,77 - \frac{1,5 \cdot 1,5}{2}) \approx 1,29\, m$	3
3c	In der Figur B1 existieren vier Symmetrieachsen. In der Figur B2 existieren zwei Symmetrieachsen.	3
		25

Bewertung Vergleichstest KGS 9. Jahrgang **Realschule**

Da die Schülerinnen und Schüler nur drei der hier dargestellten vier Aufgabenvorschläge bearbeiten, können sie insgesamt 75 Punkte erreichen. Die Zuordnung zwischen Punkten und Zensuren erfolgt nach der unten dargestellten Tabelle.

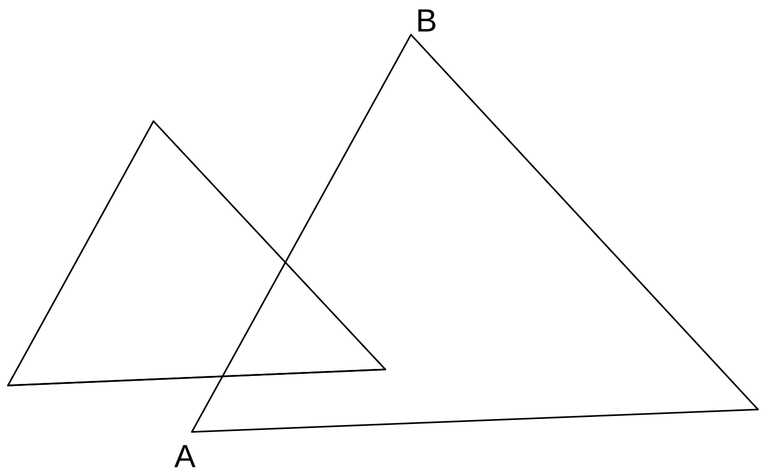
Zensur	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
Punkte	0 - 15	16 - 37	38 – 47	48 - 57	58 – 66	67 - 75

Vergleichstest 9. Jahrgang Gymnasium **KGS Niedersachsen**
Aufgabenbereich: Ähnlichkeit
Name: Datum: 1.6.2006

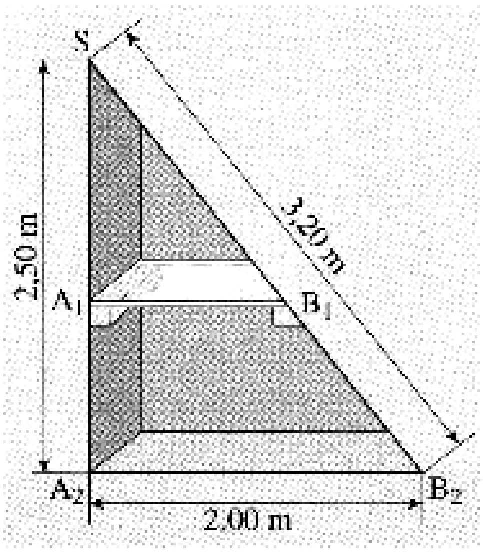
1: Zentrische Streckung

a) Überprüfe, ob diese beiden Figuren aus einer zentrischen Streckung hervorgegangen sind (Antwortsatz mit Begründung).

b) Durch eine Streckung wird die Strecke $\overline{AB}$ so abgebildet, dass die Bildstrecke 8 cm lang wird. Konstruiere diese Streckung und bestimme den Streckfaktor.



2: Das Regal im Dachgiebel
In der Nische einer Dachschräge soll in 1,00 m Höhe ein Boden aus Glas angebracht werden.



a) Bestimme die Länge $\overline{A_1B_1}$ der Glasplatte.

b) Anna und Peter berechnen die Entfernung von B_1 zu B_2 um die Stelle festzulegen, an der ein Träger für die Glasplatte angebracht werden muss.
Anna beginnt mit folgender Gleichung:

$$\frac{1{,}5}{2{,}5} = \frac{x}{3{,}2}$$

Peter hingegen beginnt mit einem anderen Ansatz:

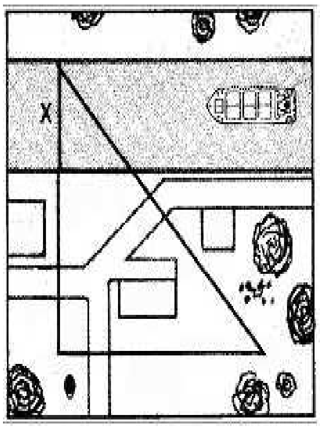
$$\frac{1{,}5}{2{,}5} = \frac{3{,}2 - x}{3{,}2}$$

Erkläre, warum sie mit beiden Ansätzen die Aufgabe lösen können.

Vergleichstest 9. Jahrgang Gymnasium **KGS Niedersachsen**
Aufgabenbereich: Ähnlichkeit
Name: Datum: 1.6.2006

3: Breite eines Flusses
Um die Flussbreite x zu bestimmen, kann man mit Hilfe der in der rechten Abbildung dargestellten Figur erfolgreich sein.

a) Gehe folgendermaßen vor:
   – Gib ein mathematisches Verfahren an, mit dem die Flussbreite ermittelt werden kann. Beschrifte die Zeichnung sinnvoll und erläutere dein Verfahren.
   – Worauf müsstest du bei der praktischen Umsetzung des Verfahrens achten?
b) Der zerstreute Vermessungsingenieur misst 20 m, 30 m und 50 m. Leider hat er jedoch versäumt, die Streckenlängen in der Skizze festzuhalten. Wähle eine sinnvolle Zuordnung und berechne damit die Flussbreite!

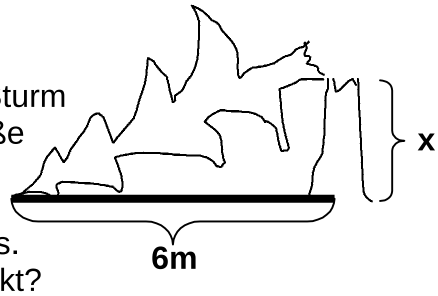


Skizze (nicht maßstabsgetreu)

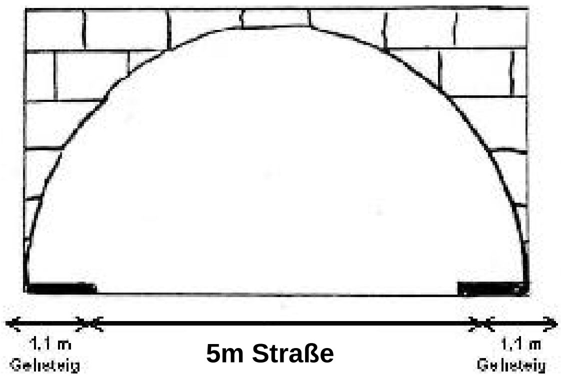
1. Konstruiere ein Dreieck mit den Seitenlängen 6 cm; 6,5 cm und 2,5 cm und überprüfe es rechnerisch auf Rechtwinkligkeit. (Antwortsatz)

2. Im Folgenden geht es um den sogenannten Teufelstunnel durch den Höllenberg, der die Orte Beelzebub und Hexenhausen miteinander verbindet.

a) Vor der Einfahrt in den Tunnel ist bei einem Sturm eine 15 m hohe Fichte rechtwinklig zur Straße abgeknickt, die 1 m neben der 5 m breiten Fahrbahn stand. Die Spitze des Baumes berührt die andere Seite der Fahrbahn (s. Skizze). In welcher Höhe ist der Baum abgeknickt?



b) Der Querschnitt des Tunnels ist ein Halbkreis. Für die Bestimmung der maximalen Durchfahrtshöhe **je** Fahrtrichtung ist derjenige Punkt an der Tunneldecke von entscheidender Bedeutung, der von der Fahrbahn den geringsten Abstand hat. Bestimme diesen „kritischen Punkt“ mit Hilfe einer Zeichnung und ermittle anschließend rechnerisch dieses Maß.
Wird man diesen Wert als maximale Durchfahrtshöhe angeben? Begründe!



c) Die Tunneleinfahrt liegt auf 817 m Höhe, die Ausfahrt auf 857 m. Die gerade verlaufende Fahrbahn ist 752 m lang. Muss auf die Steigung durch ein Schild aufmerksam gemacht werden, wenn dies ab 4% verpflichtend ist? Gib in jedem Fall den Steigungswinkel α an.

Vergleichstest 9. Jahrgang Gym **KGS Niedersachsen**
Aufgabenbereich: Quadratische Funktionen
Name: Datum: 1.6.2006

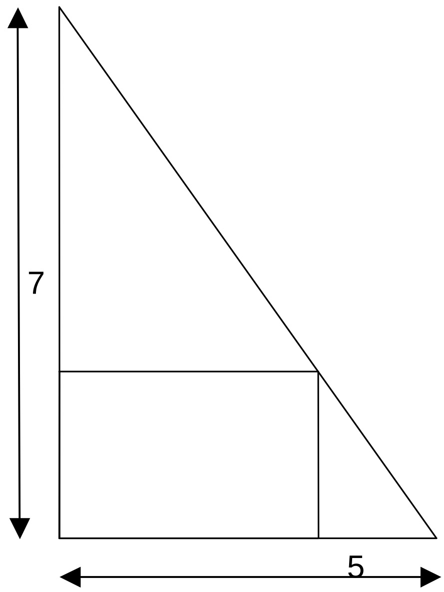
1.
I: $y = x^2 - 5x + 2$
II: $y = -2x^2 + 3x + 4$

a) Wandle die Funktionsgleichung I rechnerisch in die Scheitelpunktform um.
b) Bestimme die gemeinsamen Punkte der beiden Graphen I und II. Dokumentiere dein Vorgehen.

2. Auf dem Bild siehst du eine Fußgängerbrücke, deren Träger die Form einer Parabel bilden. Der Scheitelpunkt des vorderen Brückenträgers ist 3,5m über dem Gehweg auf der Brücke. Die beiden Schnittpunkte des vorderen Brückenträgers mit der Gehweg liegen 9 m auseinander.

Zeichne in das Bild ein geeignetes Koordinatensystem, zeichne die im Text beschriebenen Punkte als Koordinaten ein und bestimme die Funktionsgleichung der Parabelbrücke. Beschreibe deine Vorgehensweise.

3. Aus diesem rechtwinkligen Dreieck soll ein Rechteck mit dem größtmöglichen Flächeninhalt ausgeschnitten werden. In der Abbildung unten siehst du eine Möglichkeit für ein beliebiges Rechteck. Bestimme die Seitenlängen des Rechtsecks mit dem größtmöglichen Flächeninhalt. Dokumentiere dein Vorgehen.



Vergleichstest 9. Jahrgang Gymnasium **KGS Niedersachsen**
Aufgabenbereich: Wahrscheinlichkeit
Name: Datum: 1.6.2006

1. In einer Urne liegen 5 rote, 3 blaue und 2 gelbe Kugeln, deren Farbe von außen nicht zu sehen ist.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit,

a) bei einer Ziehung eine blaue Kugel zu ziehen
b) bei zwei Ziehungen mit Zurücklegen erst eine rote, dann eine blaue Kugel zu ziehen
c) bei drei Ziehungen ohne Zurücklegen immer die gleiche Farbe zu ziehen?

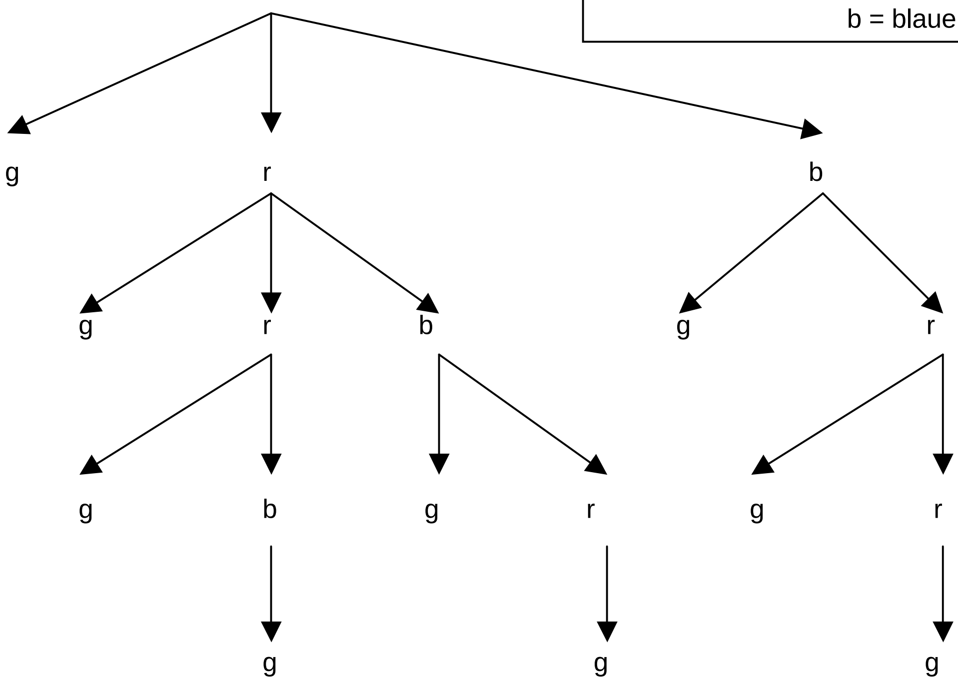
2. Ein Reisender besucht des Land der Bolteken, deren Lieblingsgetränk Lurti-Saft heißt. Leider ist Lurti so heiß begehrt, dass 65% aller Bolteken zu viel davon trinken.
Infolge dieses Übergenusses bildet sich in 90% aller Fälle als Krankheit ein gut sichtbares Quesi aus.
Allerdings haben 2 % der Bolteken, die nicht zu viel Lurti trinken, auch die Krankheit Quesi.

a) Stelle aus den Angaben des Textes eine vollständige Vierfelder-Tafel her.
b) Der Reisende trifft einen Bolteken mit einem Quesi.
Berechne die Wahrscheinlichkeit, mit der dieser Bolteke dennoch nicht zu viel Lurti trinkt.

3. In der untenstehenden Abbildung ist ein vollständiges Baumdiagramm eines Urnenversuchs dargestellt.

a) Gib für diesen Urnenversuch das Versuchsende und die Anzahl bzw. Mindestanzahl der jeweiligen Kugeln an.
b) Begründe kurz, ob es sich um eine Ziehung ohne oder mit Zurücklegen handelt.

Legende: g = gelbe Kugel
r = rote Kugel
b = blaue Kugel



Bewertung Vergleichstest KGS 9. Jahrgang **Gymnasium**

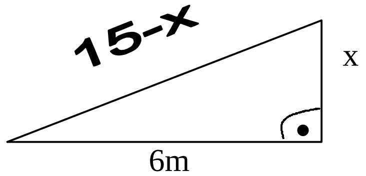
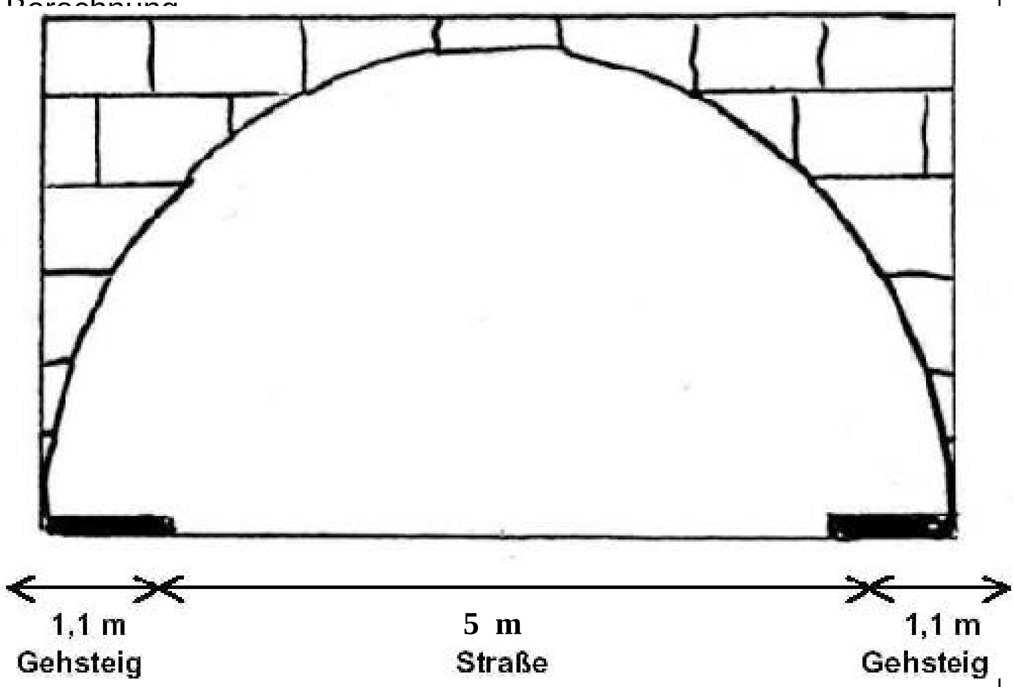
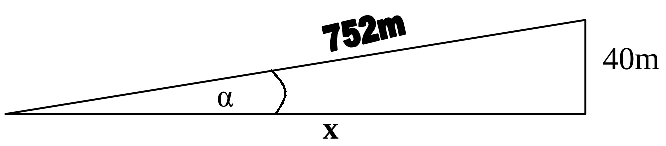
Bei der Korrektur der Vergleichsarbeit ist Folgendes zu berücksichtigen.

- Bei der Darstellung der Lösungswege wurde bei Zwischenschritten bewusst auf die Einheiten verzichtet.
- Bei vielen Aufgaben gibt es alternative Lösungswege, die nicht alle hier aufgeführt werden können. Diese Lösungswege sind mit der gleichen Bepunktung zu bewerten, wie die unten vorgegebenen Beispiellösungen.
- Hat ein Schüler / eine Schülerin Teillösungen erstellt, so sind diese in jedem Fall zu bewerten.
- Ein Fehler in einer Rechnung hat nicht zwangsläufig zur Folge, dass auf weitere Rechnungen in der Aufgabe keine Punkte mehr gegeben werden können. Eine folgerichtige Lösung ist deshalb positiv zu bewerten.
- Eine Lösung ohne oder mit einer falschen Maßeinheit führt zu einem Punktabzug von 0,5 Punkten.
- Beim Messen und Zeichnen sind Abweichungen von 1 mm bzw. 1° in beide Richtungen zu tolerieren.

Aufgabe	***erwartete Lösung***	***Punkte***
	Ähnlichkeit / zentrische Streckung - Gymnasium	
1a	Konstruktion des Streckzentrums Z Messen der Winkel in den beiden Dreiecken (Ähnlichkeit) oder der Nachweis der Parallelität der Dreieckseiten oder der Nachweis des gleichen Streckfaktors k = 1,5 für alle drei Punktepaare nachgewiesen oder im Antwortsatz erwähnen. Antwortsatz	2 2 1
1b	Berechnung von k für die Bildstrecke A'B' k = 1,33 Konstruktion der Bildstrecke A'B'	2 2
2a	Aufstellen einer Verhältnisgleichung Auflösen nach x $\frac{x}{1,5}=\frac{2}{2,5} \quad \vert \cdot 1,5$ $x=\frac{1,5\cdot 2}{2,5}$ $x=1,2$ Antwortsatz	1 1 1
2b	Anna berechnet mit x die Strecke $\overline{B_1S}$. Sie muss anschließend die Differenz (3,20m –x) bilden, um die gesuchte Strecke $\overline{B_1B_2}$ zu ermitteln. Peter berechnet mit x direkt die gesuchte Strecke $\overline{B_1B_2}$. *Unterschiedliche Bedeutung der Variablen x, schlüssiges Aufzeigen der beiden Lösungswege.*	3 2

3a	*Voraussetzung für das Verfahren benennen*: – Strahlensatzfigur (2 Geraden, geschnitten von 2 Parallelen) *oder* – ähnliche Dreiecke (2 Dreiecke mit gleich großen Winkeln) *oder* – zentrische Streckung (Streckzentrum, Original- und Bildstrecken parallel, Original- und Bildpunkte auf einer Geraden) *Lösung beschreiben:* – mit Strahlensatzfigur: Verhältnisgleichung aufstellen und lösen *oder* – mit ähnlichen Dreiecken: gleichliegende Seiten feststellen, Verhältnisgleichung aufstellen und lösen *oder* – mit zentrischer Streckung: Streckfaktor bestimmen und damit dann x bestimmen – entscheiden, welche Strecken gemessen werden müssen – (kurzes Parallelenstück, langes Parallelenstück, Verlängerung von x) *Erläutern und begründen, worauf besonders geachtet werden muss* - Rechtwinkligkeit, damit Flussbreite als kürzester Abstand zweier Uferpunkte in die Rechnung eingeht - Parallelität	3 2
3b	*Gemessene Strecken sinnvoll zuordnen* (eine sinnvolle Zuordnung liegt dann vor, wenn die kurze Parallele *nicht* der Länge 50 m zugeordnet wird); – Verhältnisgleichung aufstellen und lösen (bei Lösung mit Hilfe der Strahlensatzfigur oder ähnlicher Dreiecke) *oder* – Streckfaktor k anhand eines Verhältnisses, dann mit Hilfe von k die Flussbreite x berechnen Antwortsatz formulieren	3
		25

Aufgabe	***erwartete Lösung***	***Punkte***
	Pythagoras - Gymnasium	
1	Konstruktion des Dreiecks Rechnung: $6,5^2 = 6^2 + 2,5^2$ $42,25 = 36 + 6,25$ $42,25 = 42,25$ Antwortsatz	2 2 1

2a	Skizze mit Bemaßung  Aufstellen der Gleichung: $36+x^2=(15-x)^2$ Lösen der Gleichung: x = 6,30 m Antwortsatz	6
2b	Der kritische Punkt markiert den Schnittpunkt der Höhe h mit der Tunneldecke, da hier die geringste Höhe über der Fahrbahn zu messen ist. Zeichnung mit Beschriftung Berechnung  	3 3 2
2c	Skizze  Berechnung des Winkels sin α = 40/752; α ≈ 3,05°; $x=\sqrt{752^2-40^2}\approx 750,94$ Berechnung der Steigung in Prozent 40/750,94 ≈ 0,053, d. h. der prozentuale Anstieg beträgt ca. 5,3 %, ein Schild ist erforderlich.	2 2 2

		25
Aufgabe	***erwartete Lösung***	***Punkte***
	Quadratische Funktionen - Gymnasium	
1a	Quadratische Ergänzung $y=x^2-5x+2{,}5^2-2{,}5^2+2$ Scheitelpunktsform $y=(x-2{,}5)^2-4{,}25$	3
1b	Gleichsetzen $x^2-5x+2=-2x^2+3x+4$ Umstellen und Teilen durch 3. $0= x^2-\frac{8}{3}x-\frac{2}{3}$ Quadratische Ergänzung $0=x^2-\frac{8}{3}x-\frac{2}{3}+(\frac{8}{6})^2-(\frac{8}{6})^2$ Umstellen und bestimmen von $x_1=\frac{\sqrt{22}+4}{3}\approx 2{,}9$ Bestimmen von $x_2=\frac{-\sqrt{22}+4}{3}\approx -0{,}23$ Bestimmen von $y_1=-4{,}09$ und $y_2=3{,}2$ und Antwortsatz: Die Schnittpunkte der beiden Funktionen haben die Koordinaten P_1 (2,9;-4,09) P_2 (-0,23;3,2) GTR: Dieser Aufgabenteil ist auch durch Einsatz des GTR lösbar. Eine solche Lösung wird als gleichwertig akzeptiert. Die Dokumentation des Vorgehens bedeutet aber, dass der Schüler seine Arbeit mit dem GTR beschreiben muss. Verlangt wird nicht die Eingabe einer Tastenfolge sondern die sinnvolle Benutzung der verwendeten Menus. In einem Antwortsatz müssen sinnvoll gerundete Werte angegeben werden.	5

2	Einzeichnen eines Koordinatensystems  Ablesen/Bestimmen der Punkte S(0;3,5); N_1=(-4,5;0); N_2=(4,5;0) Allgemeine Funktionsgleichung $y=ax^2+bx+c$ aufstellen Ermittlung der Funktionsgleichung durch Einsetzen von a, b und c in die allgemeine Funktionsgleichung und Antwortsatz. Der Brückenträger hat eine Funktionsgleichung von $y=-0{,}17x^2+3{,}5$. Auch hier sind wieder alternative Lösungen denkbar und gleichwertig. Eine andere Wahl des Koordinatensystems führt automatisch zu einer anderen Funktionsgleichung. Auch ist hier der Einsatz des GTR möglich und sinnvoll. Die Schüler können die Funktionsgleichung auch durch gezieltes, sinnvolles Experimentieren mit dem GTR erhalten. Eine weitere Möglichkeit ist die Ermittlung der Funktionsgleichung durch eine quadratische Regression. Die für die Aufgabe zur Verfügung stehenden Punkte müssen dann entsprechend verteilt werden.	1 3 6

3	Funktionsgleichungen A= $x \cdot y$ und y= $-\frac{7}{5}x+7$ *Die Funktionsgleichung $y=-\frac{7}{5}x+7$ kann man auch entwickeln, in dem man in der dargestellten Figur drei ähnliche Dreiecke sieht. Das Seitenverhältnis der Katheten ist 5 zu 7.* Einsetzen der zweiten Gleichung in A= $x \cdot (-\frac{7}{5}x+7)$ Auflösen der Klammer A= $-\frac{7}{5}x^2+7x$ Zeichnen der Gleichung Ablesen von x und y Antwort: Das Rechteck mit dem größten Flächeninhalt hat die Seitenlängen 2,5cm und 3,5cm. Alternative Lösungswege: Man kann hier geometrisch argumentieren. Man kann zeigen, dass für x = 2,5 der Flächeninhalt des Rechtecks halb so groß ist, wie der Flächeninhalt des Dreiecks. Verändert man nun x in eine Richtung, so wird ein weißes Dreieck größer, das andere kleiner. Die Zunahme ist stets größer als die Flächenabnahme. Wenn ein Schüler / eine Schülerin mit diskreten, errechneten Werten argumentiert, so ist eine solche „Lösung“ nur mit höchstens 5 Punkten zu bewerten.	7
		25

Aufgabe	***erwartete Lösung***	***Punkte***
	Wahrscheinlichkeitsrechnung - Gymnasium	
1a	p(“blaue Kugel”) = 0,3 = 30%	1
1b	p(“erst rote, dann blaue Kugel”) = 0,5*0,3 = 0,15 = 15%	2
1c	p(“gleiche Kugelfarbe in den drei Ziehungen“) = $^5/_{10} * ^4/_9 * ^3/_8$ + $^3/_{10} * ^2/_9 * ^1/_8 = ^1/_{12} + ^1/_{120}$ = 0,0917 = 9,17%	3
2a	sinnvolle Legende bzw. sinnvolle Beschriftung der Vierfeldertafel (siehe unten) korrektes Ausfüllen der Tafel (siehe unten)	2 8
2b	p(„B. mit Q. trinkt nicht L.“) = 0,7:59,2 = 0,0118 = 1,2%	3

3a	Anzahl der Kugeln: gelb: 1 rot: 2 blau: 1 Versuchsende: nach Ziehung einer gelben Kugel	3 1
3b	Art der Ziehung: ohne Zurücklegen; nur so ist die begrenzte Anzahl von Zügen zu erklären	1 1
		25

Vierfeldertafel

	Bolteken, die zu viel Lurti trinken	Bolteken, die nicht zu viel Lurti trinken	Summe
Bolteken mit Quesi	(90% von 65%) 58,5%	(2% von 35%) 0,7%	59,2%
Bolteken ohne Quesi	(10% von 65%) 6,5%	(98% von 35%) 34,3%	40,8%
Summe	65%	35%	100%

Zur Angabe der Feldergebnisse in Prozenten sind Dezimalergebnisse
oder auch Absolutergebnisse bezogen auf eine bestimmte Grundgesamtheit
(z.B. von 100000 Bolteken trinken 65000 Lurti) gleichwertig.
Die erreichten Punkte der Schülerinnen und Schüler werden in die mitgelieferte Tabelle eines Kalkulationsprogramms eingegeben. Die Notenzuweisung erfolgt automatisch. Die Auswertung für die Lerngruppe erfolgt auf dem obersten Tabellenblatt der Auswertungs-tabelle. Pro Teilaufgaben können Erfolgswerte der Schüler abgelesen werden.
Die Schüler bearbeiten drei Aufgabenbereiche. Die zu bearbeitenden Bereiche werden von der Fachkonferenz oder vom Fachbereichsleiter / Fachbereichsleiterin ausgewählt.

Da die Schülerinnen und Schüler nur drei der hier dargestellten vier Aufgabenvorschläge bearbeiten, können sie insgesamt 75 Punkte erreichen. Die Zuordnung zwischen Punkten und Zensuren erfolgt nach der unten dargestellten Tabelle.

Zensur	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
Punkte	0 - 15	16 - 37	38 – 47	48 - 57	58 – 66	67 - 75