Stand 7.2.2002

Niedersächsisches

Kultusministerium

Rahmenrichtlinien

für die Integrierte Gesamtschule

Mathematik

An der Überarbeitung der Rahmenrichtlinien für das Unterrichtsfach Mathematik waren die nachstehend genannten Damen und Herren beteiligt:

Rainer Böhm, Göttingen
Wilfried Jannack, Hannover
Andreas Koepsell, Hannover

Andreas Meisner, Braunschweig
Rolf Melchers, Osterholz-Scharmbeck
Mareike Neudeck, Aurich
Liane Paradies, Delmenhorst
Wiltraud Schillig, Braunschweig
Hans Schmitt, Aurich

Prof. Dr. Martin Winter, Vechta

Die Ergebnisse des gesetzlich vorgeschriebenen Anhörungsverfahrens sind berücksichtigt worden.

Herausgegeben vom Niedersächsischen Kultusministerium (2002)
30159 Hannover, Schiffgraben 12

Druck und Vertrieb:
Niedersächsisches Landesinstitut für
Fortbildung und Weiterbildung im Schulwesen
und Medienpädagogik (NLI)
Keßlerstraße 52
31134 Hildesheim

Nachbestellungen richten Sie bitte an das Dezernat 2 (05121/1695276, bonin@nibis.de);
Preis: ? Euro zuzüglich Versandkosten

Inhalt

1 Aufgaben und Ziele des Mathematikunterrichts

1.1 Die Bedeutung des Mathematikunterrichts für die Allgemeinbildung

Der Mathematikunterricht will in zeitgemäßer Weise einen nachhaltigen Beitrag zur Allgemeinbildung der Schülerinnen und Schüler leisten. Es besteht ein allgemeiner Konsens, dass Mathematik eine Vielfalt von Bereichen des täglichen Lebens durchzieht, zum Teil erst ermöglicht. Vielfach erlauben erst Vorstellungen von räumlichen Beziehungen und geometrische Darstellungsweisen den Zugang zu Problemstellungen. Zahlen, Berechnungen, grafische Darstellungen prägen als Ergebnisse angewandter mathematischer Methoden die Beschreibung unterschiedlicher Zusammenhänge und bilden oft die entscheidende Grundlage weitreichender Entscheidungen bei unterschiedlichsten Vorgängen in der Gesellschaft. Im Widerspruch dazu ist das mathematische Handeln im Alltag oft reduziert auf die Benutzung technischer Geräte, mit deren Bedienung verborgene mathematische Prozeduren lediglich abgerufen werden.

Um so mehr ist es notwendig, dass der Mathematikunterricht neben der Vermittlung grundlegender Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten Zusammenhänge zwischen fachinhaltlichen Konzepten und lebensweltlichen Vorstellungen herstellt. Mathematikunterricht muss vermitteln zwischen mathematischem Denken und Alltagsdenken, zwischen praktischem Tun und der Reflexion darüber, so dass Schülerinnen und Schüler die Unterrichtsinhalte als persönlich bedeutsam erfahren können.

Der sichere, verständnisgeleitete Gebrauch elementarer mathematischer Techniken bleibt auch in einer modernen Lebenswelt unverzichtbar. Zur Einschätzung der Lebenswelt muss Mathematik auf einem den Schülerinnen und Schülern angemessenen Niveau als Mittel zur Aufklärung komplexer Sachverhalte erfahren werden. Dies ist zugleich eine wichtige Voraussetzung für die Vorbereitung der Lebensperspektive, insbesondere auch der beruflichen Perspektive der Schulabgänger.

Wie mit den Gegenständen der Mathematik umgegangen wird, ist für die allgemeinbildende Wirkung des Unterrichts von ebenso großer Bedeutung wie die Inhalte selbst. Der Zugang zur Mathematik wird durch ein interaktives Geschehen ermöglicht, in dem fachliches und soziales Lernen ineinander greifen. Subjektive Sichtweisen und wechselseitige Verständigung, Auseinandersetzung mit Fehlern, alternative Deutungen und Lernwege sind daher notwendige Elemente des Unterrichts. Zudem fördern sie auch den spielerischen und kreativen Umgang mit Mathematik und das eigenverantwortliche Handeln.

Zusammenfassend ist ein allgemeinbildender Mathematikunterricht dadurch gekennzeichnet, dass

- er die Schülerinnen und Schüler auf die mathematischen Anforderungen des beruflichen wie privaten Lebensalltags vorbereitet,
- er Erfahrungen über die Verbindung zwischen mathematischen Vorstellungen und außermathematischen kulturellen Gegebenheiten ermöglicht,
- er es möglich macht, Mathematik als vielseitiges Hilfsmittel zur Beschreibung und Bewältigung von Situationen/Problemen zu erfahren,

- Mathematik zur Präzisierung von Argumentationen und damit zur Stärkung des kritischen Vernunftgebrauchs eingesetzt werden kann,
- er dazu beiträgt, eigene Lernprozesse bewusst durch Einsatz von Lernstrategien zu initiieren und zu gestalten,
- er in einer Verflechtung von fachlichem und sozialem Lernen Schülerinnen und Schülern sowohl selbstständiges Lernen als auch kooperatives Lernen in Gruppen ermöglicht und damit zur Entwicklung und Stärkung ihrer Persönlichkeit beiträgt.

1.2 Fachspezifische Perspektiven des Mathematikunterrichts

Ein so verstandener Mathematikunterricht zielt auf Qualifikationen, die über die Schule hinaus weiter tragen. Sowohl die individuelle Entfaltung der Persönlichkeit als auch die verantwortliche Mitwirkung an gesellschaftlichen Vorgängen werden durch Lernprozesse dieser Art ermöglicht.
Dazu gehören die Fähigkeit und Bereitschaft,

- grundlegende mathematische Ideen in lebensweltlichen Zusammenhängen wieder zu erkennen und mathematische Fertigkeiten zur Lösung alltäglicher Probleme einzusetzen,
- unter Rückgriff auf mathematische Begriffsbildungen und Denkweisen zu argumentieren,
- sich im Vertrauen auf den eigenen Verstand um das Verständnis mathematischer Zusammenhänge und Anwendungen zu bemühen,
- Aussagen und Schlussfolgerungen - eigene ebenso wie diejenigen von Interaktionspartnern - kritisch zu hinterfragen und auf Widersprüche zu prüfen,
- Problemlösungen in Kooperation mit anderen unter Zuhilfenahme mathematischen Wissens zu entwickeln.

Zur Entfaltung dieser über die Fachgrenzen der Mathematik hinausweisenden Qualifikationen dienen spezifische Ziele, die im Mathematikunterricht angestrebt werden. Dazu gehört, dass Schülerinnen und Schüler

- angeleitet werden, über eigene - auch vormathematische - Vorstellungen zu sprechen und ein Gespür für mathematische Argumentation und innere Rationalität der Mathematik zu entwickeln,
- erfahren, wie Mathematik durch Probieren und Experimentieren, im Umgang mit konkreten Gegenständen entdeckt und „be - griffen" werden kann,
- lernen, mit Zahlen und Größen in Anwendungssituationen sicher umzugehen, dabei Rechenergebnisse geeignet abzuschätzen und sachgerecht zu interpretieren,
- die Fähigkeit erwerben, durch neue Technologien verfügbare Rechenhilfsmittel zu nutzen und mit deren Möglichkeiten verständig umzugehen,
- erfahren, wie Mathematik helfen kann, zunächst außermathematisch formulierte Sachverhalte und Probleme der Lebenswelt zu strukturieren, und wie mathematische Modelle zum besseren Verständnis und zur Lösung beitragen können,

- lernen, wie man Darstellungsweisen von Funktionen, Zahlen und Größen benutzen und mit ihnen sachgerecht argumentieren kann,
- fähig werden, Zusammenhänge und Wechselwirkungen zu erfassen und mathematische Angaben zu deuten und zu interpretieren,
- lernen, wie geometrische Begriffe zur Strukturierung räumlicher Orientierung und Vorstellung beitragen und wie sie die Darstellung und Konstruktion von Zusammenhängen ermöglichen,
- lernen, wie man statistische Daten erfasst und auswertet, Zufallserscheinungen beschreibt und kritisch deutet,
- sicher werden im Gebrauch mathematischer Techniken, Algorithmen und Begriffe, die noch vor beruflicher Spezialisierung für die Bewältigung des Lebensalltags notwendig sind,
- persönliche Phantasie und Kreativität entfalten, mit Mathematik auch spielerisch umgehen und Vertrauen in das eigene Denken aufbauen.

Um diese angestrebten Qualifikationen erreichen zu können, muss der Mathematikunterricht von Prinzipien gekennzeichnet sein, die individuelle Entfaltungsmöglichkeiten und Kooperation sowie eine Vielfalt von Lernwegen ermöglichen und die Mathematik in ihrer Vielseitigkeit erkennbar werden lassen.
Dies zu ermöglichen liegt in der besonderen Verantwortung der Unterrichtenden.

Wenn Schülerinnen und Schüler lernen sollen, Mathematik als Werkzeug zur Bearbeitung alltagspraktischer Probleme und als Verständigungsmittel zu nutzen, dann müssen Aktivitäten wie Schätzen, Überschlagen und intuitives Erfassen von Größenordnungen in den Vordergrund gerückt werden. Ebenso gehört das Übersetzen von Sachproblemen in einfache mathematische Modelle sowie deren Interpretation und die Erstellung und Deutung grafischer Darstellungen und Zeichnungen dazu. Unverzichtbar ist in diesem Zusammenhang auch die verständige Handhabung technischer Hilfsmittel wie Taschenrechner und Computer.
Verstehensorientierter Mathematikunterricht wird den Schülerinnen und Schülern verdeutlichen, wie Mathematik und Lebenswelt miteinander verbunden sind. Er wird sich daher an Ideen orientieren, welche die Vielseitigkeit von Mathematik einsehbar machen.
Um zu verstehen, wie Mathematik zum besseren Verständnis und zur Beherrschung nichtmathematischer Phänomene herangezogen werden kann, gilt es im Unterricht aufzudecken, welche Bereiche unserer Zivilisation durch teilweise versteckte mathematische Modellierungen geprägt sind. Durch aktives mathematisches Modellieren in überschaubaren Situationen lernen Schülerinnen und Schüler etwas über Mathematik und das betreffende Stück Welt.
Zur Weltorientierung der Schülerinnen und Schüler trägt dieser Mathematikunterricht nur bei, wenn alle die Chance haben zu verstehen. Daher ist verstandene Mathematik wichtiger als die Beherrschung großer Stoffmengen. Anregung zur Eigentätigkeit, Einlassen auf die Vorerfahrungen der Lernenden und das Vernetzen von Kenntnissen fördern die geistige Aktivität und erhöhen die Chancen für das Verstehen. Auf diese Weise trägt der Unterricht zur Förderung kritischen Denkens bei.

Ein Mathematikunterricht, der die subjektiven Sichtweisen der Schülerinnen und Schüler ernst nimmt, bietet Gelegenheiten für Umwege, alternative Deutungen und Ideenaustausch und legt Wert auf eigenverantwortliches Handeln. In diesem Unterricht kommunizieren Schülerinnen und Schüler nicht nur über die Lehrerin oder den Lehrer als ”mathematische Experten” sondern auch direkt miteinander, indem sie Gelegenheit haben, in Partner- oder Gruppenarbeit offene mathematische Problemsituationen zu bearbeiten und gemeinsam nach Lösungen zu suchen.

2 Unterrichtskultur und Orientierung am Lernprozess

2.1 Zur Unterrichtskultur

Mit dem Begriff „Unterrichtskultur“ sind alle Strukturen und Veränderungen gemeint, welche das Unterrichtsgeschehen beeinflussen. Mathematikunterricht steht in Wechselwirkung mit der gesellschaftlichen Entwicklung. Daher wird Mathematikunterricht als komplexes System aufgefasst.

Dies ist insbesondere unter dem Aspekt von Bedeutung, dass Einflüsse auf den Unterricht nicht analytisch zerlegbar und durch Techniken bzw. Methodiken in segmentierten Bereichen beschreibbar oder veränderbar sind, sondern dass eine ganzheitliche Betrachtung und Herangehensweise notwendig ist. Unter den vielfältigen Größen, die Unterrichtskultur erfassen und die unterrichtliches Handeln beschreiben, finden sich: Entwicklung der Fachwissenschaft, der Fachdidaktik, der Pädagogik, der Methodik, psychosoziale Aspekte bei Lehrenden und Lernenden, Auswirkungen aus der eigenen Schul- und Ausbildungszeit der Lehrenden, gesellschaftliche Veränderungen und Interessen, normativ-administrative Einflüsse und vieles mehr.

Die Lehrenden sollten sich bewusst sein, dass sie wie die Lernenden, die Eltern und die anderen Komponenten Teil dieses komplexen Systems sind. Sie werden von seinen Wechselwirkungen beeinflusst, sind aber in diesem auch Handelnde. Daher obliegt ihnen die Verantwortung für die Konsequenzen ihres Handelns.

Mit den Rahmenrichtlinien soll eine Unterrichtskultur gestützt werden, welche die Lernenden aus der rein passiven Rolle der Belehrten heraushebt und die Lehrenden nicht nur als Experten der möglichst reibungslosen, fehlerfreien Vermittlung von Fachwissen sieht. Der Schwerpunkt der Rolle der Lehrenden verschiebt sich von Experten des Fachwissens zu Experten des Lernens. Sie müssen über Wissen verfügen, wie Menschen lernen, und den Lernprozess durch sensible Wahrnehmung und Handlungsalternativen so organisieren und moderieren, dass er allen Beteiligten gerecht wird.

Aber auch den Lernenden kommt eine aktive Rolle zu. Sie müssen sich ebenso auf den Unterricht einlassen und ihr Lernen verantwortungsvoll in die Hand nehmen und mit ihren individuellen Fähigkeiten gestalten.

Somit lässt sich die anzustrebende Unterrichtskultur mit den für alle Beteiligten gültigen Kernelementen „sich gegenseitig ernst nehmen“, „sich gegenseitig aufklären“ und „in Alternativen handeln“ beschreiben. Dazu gehört, dass

- eine Vielfalt unterschiedlicher individueller Zugänge möglich ist,
- Subjektivität bei Lernenden und Lehrenden bewusst zugelassen wird,
- allzu enge Vorstellungen von Mathematik vermieden werden,
- sich alle Beteiligten intensiv auf das, was andere denken und wie sie denken, einlassen, sich sensibel zeigen gegenüber individuellen Gedankengängen und damit verbundener Gefühle einzelner Schülerinnen und Schüler,
- Freiräume zum eigenen Erkunden existieren,

- Handlungen und Sprechweisen auch in weniger normierter Form zugelassen sind,
- mit Fehlern konstruktiv umgegangen wird.

Bei den Lernenden werden unterschiedliche Lerntypen - z.B. visuell, haptisch, optisch - bestärkt, den eigenen Lernweg verantwortlich zu verfolgen, zu beschreiben und festzuhalten. Sie erlangen dadurch Kompetenzen, die zu einer eigenständigen Auseinandersetzung mit dem Unterrichtsgegenstand führen.

Die Lehrenden haben Freiräume, in verschiedener Weise das Unterrichtsgeschehen zu begleiten und zu moderieren. Sie können auf den heterogenen Wissensstand und die Ideenvielfalt der Lerngruppe intensiv eingehen und in einen Dialog mit den Lernenden eintreten.

2.2 Inhalte und Standards

Zu den gesellschaftlich relevanten mathematischen Inhalten und Standards geben die Rahmenrichtlinien in den Tableaus Anhaltspunkte.

Bei der Umsetzung der Inhalte in den Unterricht kann es nicht darum gehen, die vielfältigen mathematischen Aspekte und unterrichtsmethodischen Vorgaben additiv abzuarbeiten. Ein derartiges Vorgehen könnte insbesondere zu einer im Lehrplan nicht gewollten Stoffanhäufung führen.

Die vorliegende Auswahl orientiert sich am Prinzip des Exemplarischen, indem sie sich auf wesentliche, repräsentative Fachinhalte beschränkt, an denen übertragbare Kenntnisse und Fertigkeiten vermittelt werden können. Mit den Inhalten soll jeweils Vorwissen aktiviert werden und ein darauf aufbauender Lernzuwachs möglich sein. Zugleich sollen zunehmend methodische Kompetenzen entwickelt und gesichert werden.

Wichtiger als ein von der Fachsystematik geprägter, logisch-deduktiver Aufbau eines Themas sind für Schülerinnen und Schüler erkenntnisleitende Fragen wie zum Beispiel:

- Wie gelangt man zu bestimmten Ergebnissen, Begriffen, Methoden?
- Was ergeben sich daraus für Anwendungsmöglichkeiten oder weitere Perspektiven?
- Was haben Begriffe und Methoden mit bereits vertrauten - auch außermathematischen - Inhalten zu tun?

Folgt man derartigen Leitlinien, so sind Unterrichtsphasen mit unterschiedlichem Grad der Vertiefung denkbar. Dies lässt einen flexiblen Umgang mit dem Faktor Zeit zu und macht es möglich, auf unterschiedliche Bedürfnisse der Schülerinnen und Schüler einzugehen.

Die angestrebte Unterrichtskultur fordert, dass die rein mathematischen Standards um Anforderungen erweitert werden, wie man sich mathematisches Wissen aneignen, es verantwortlich einsetzen und kommunizieren kann. Dies ist in allen beruflichen Bereichen und Alltagssituationen von Bedeutung. Die Ausdifferenzierung der Vorgaben der Rahmenrichtlinien sollte unter schulspezifischen Aspekten im laufenden Diskurs mit Lernenden, Lehrenden, Eltern, anderen Schulen und Abnehmern aus der Wirtschaft geschehen. Dazu gehört eine Offenlegung der angestrebten Standards, ein Konzept, wie diese erreicht und gesichert werden sollen, und eine Evaluation, wie den gesetzten Ansprüchen Genüge getan wird.

2.3 Lernen

In der angestrebten Unterrichtskultur steht das Lernen im Mittelpunkt. Daher orientieren sich auch die Rahmenrichtlinien nicht an einer rein mathematischen Inhaltsstruktur, sondern greifen vier Schwerpunkte des Lernens von Mathematik auf:

- Lernen als Begriffsentwicklung
- Lernen in Zusammenhängen
- Lernen in Sinnkontexten
- Lernen mit allen Sinnen

2.3.1 Lernen als Begriffsentwicklung - Die roten Fäden

Adäquate Grundvorstellungen zu mathematischen Begriffen bilden sich bei Schülerinnen und Schülern individuell in einem längerfristigen, konstruktiven und dynamischen Prozess über subjektive Erfahrungsbereiche heraus. Damit sich in diesem Sinne angemessene Grundvorstellungen entwickeln können, greifen die Rahmenrichtlinien fünf sogenannte rote Fäden auf, welche nicht analytisch zu verstehen sind, sondern grundlegende Linien mathematischer Begriffsentwicklungen beschreiben und kumulatives Lernen berücksichtigen. Sie sind bei der Organisation von Unterricht über die Jahrgänge hinweg und bei der Planung von Unterrichtssituationen zu beachten.
Im Folgenden werden Tätigkeiten beschrieben, welche die Entwicklung von Grundvorstellungen in den einzelnen roten Fäden fördern. Sie können nicht isoliert betrachtet werden, sondern stehen immer in einem Zusammenhang:

- **Denken in Zahlen**
  - mit “großen Zahlen” schätzen, runden, vergleichen und rechnen; Gesetzmäßigkeiten der natürlichen Zahlen erkunden
  - dezimale Größen vergleichen und mit ihnen rechnen; Gesetzmäßigkeiten für Dezimalzahlen ableiten und verallgemeinern; Vor- und Nachteile unterschiedlicher Darstellungen von Zahlen erfahren
  - mit Bruchzahlen umgehen, Bruchzahlen unter Berücksichtigung unterschiedlicher Bruchzahlaspekte veranschaulichen, vergleichen und mit ihnen rechnen

- in verschiedenen Modellen orientierte (negative) Zahlen darstellen, anordnen, vergleichen; Regeln für Rechenoperationen entwickeln und anwenden
- Grenzen, Übergänge und Überschneidungen verschiedener Zahlbereiche erfahren
- verschiedene Veranschaulichungen wie Zahlenstrahl, -gerade, Stellenwerttafel,... nutzen

- **Denken in Maßen und Größen**
  - Maße und Messverfahren in unterschiedlichen Größenbereichen kennen lernen und entwickeln
  - mit selbst gewählten und normierten Einheiten messen
  - Größenvorstellungen u.a. durch Schätzen und Vergleichen entwickeln
  - Umgang mit zusammengesetzten Größen
  - mit Größen rechnen
  - mit Messgeräten umgehen

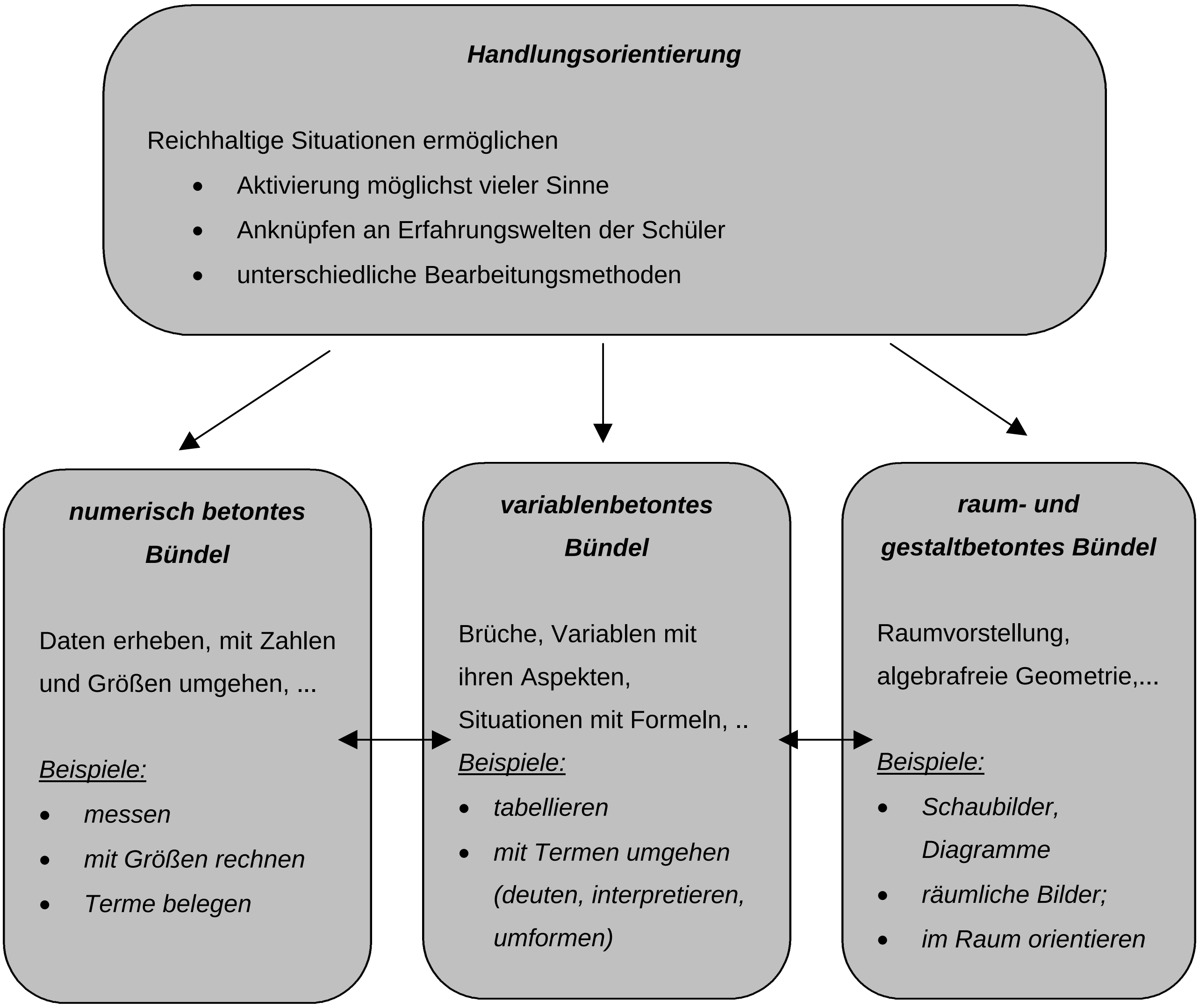
- **Denken in räumlichen Strukturen**
  - mit Körpern und Flächen bauen und hantieren; Körpereigenschaften wie Volumen, Flächen und Formen erarbeiten und qualitativ vergleichen
  - Objekte bauen; Eigenschaften der Lagebeziehungen wie oben, unten, links, rechts, vorn und hinten, parallel, senkrecht, windschief erfahren und darstellen; Schnitte und Begrenzungen erzeugen und erfassen; Körper und Flächen zerlegen und ergänzen; geometrische Örter erfahren und konstruieren
  - Objekte und Figuren in Raum und Ebene auf Symmetrie untersuchen und durch Bewegungen, Spiegelungen, Drehungen und Verschiebungen Vergleiche vornehmen; symmetrische Objekte in Raum und Ebene herstellen
  - verschiedene qualitative Aspekte des Winkelbegriffs durch Peilen, Drehen oder Schneiden sowohl im Raum als auch in der Ebene erfahren und nutzen
  - Bilder von Objekten im Raum und in der Ebene erzeugen; Eigenschaften wie Gleichheit, Kongruenz und Ähnlichkeit erfahren und beschreiben; verschiedene räumliche Darstellungen und dadurch hervorgerufene Veränderungen vergleichen

- **Denken in Variablen, Funktionen und Wechselwirkungen**
  - mit verschiedenen Variablenaspekten (Größenaspekt, Einsetzaspekt, Kalkülaspekt) zum Beispiel in Gleichungen und Formeln umgehen
  - Zusammenhänge interpretieren und modellieren
  - mit zwei und mehr Variablen (Formeln) qualitativ und quantitativ umgehen; dabei den Zuordnungs- und den Veränderungsaspekt betrachten
  - mit analytisch, rekursiv oder iterativ gegebenen Beziehungen umgehen
  - Wechselwirkungen in vernetzten Systemen erkennen

- **Stochastisches Denken**
    - mit dem subjektiven Wahrscheinlichkeitsbegriff argumentieren, mit dem empirischen und dem Laplaceschen Wahrscheinlichkeitsbegriff vergleichen
    - Hypothesen erstellen und überprüfen
    - Zufallsexperimente simulieren
    - Daten erfassen, mit geeigneten Mitteln explorieren, angemessen darstellen, interpretieren und modellieren

2.3.2 Lernen in Zusammenhängen - Bündelungen im mathematischen Lernprozess

Die unterrichtliche Kommunikation verknüpft die roten Fäden in horizontaler Sicht. Sie soll Denken in Zusammenhängen ermöglichen und nicht zusammenhangloses und sinnentleertes Wissen. Ziel der unterrichtlichen Kommunikation ist somit nicht vornehmlich Vermittlung von Wissen, sondern Verständigung und Interaktion. Die Auseinandersetzung im Mathematikunterricht lässt sich im Wesentlichen in drei Bereiche bündeln: das numerisch betonte, das gestaltbetonte und das variablenbetonte Bündel. Das folgende Schaubild gibt eine Übersicht und zeigt Zusammenhänge.



Bündeleigenschaften*:*
Die Bereiche des numerisch und gestaltbetonten Bündels haben einen starken Gegenstandsbezug. Das sind Bereiche, in denen gegenseitige Verständigung erleichtert wird. Im variablenbetonten Bündel ist der Gegenstandsbezug nur noch bedingt vorhanden, die unterrichtliche Interaktion ist formaler und für viele Schülerinnen und Schüler erschwert.
In Bereichen, in denen der reine Kalkülaspekt der Variablen - z.B. formale Funktionsalgebra, Umformalgebra, Ungleichungen - dominiert, wird der Gegenstandsbezug weitgehend ausgeblendet. Hier sind formale Interaktionen ohne konkreten Gegenstandsbezug vorherrschend.

Diese Bündel repräsentieren oft zugleich unterschiedliche Zugangs- und Darstellungsmöglichkeiten sowie Sichtweisen, denen jeweils ihre eigene Wertschätzung zukommen muss. Eine systematische Trennung dieser Bündel kann allerdings nicht gewollt sein, da sich der Lernprozess nicht isoliert in einem der Bereiche abspielt.

2.3.3 Lernen in Sinnkontexten - Unterrichtssituationen

Ein Unterricht, der Verstehen und Aufklären in den Mittelpunkt stellt, geht von authentischen, komplexen Sinnkontexten aus, die sich in den Rahmenrichtlinien als „Unterrichtssituationen“ wiederfinden. Kennzeichen solcher Unterrichtssituationen sind

- thematische Zusammenhänge, in denen die zu lernende Mathematik eingebettet ist. So kann an das (Alltags-)Wissen der Schülerinnen und Schüler angeknüpft werden. Sie werden mit ihrem Wissen ernst genommen. Gleichzeitig wird den Lernenden ein Referenzsystem geboten, in dem sie ihre mathematischen Handlungen überprüfen können.
- Handlungsmöglichkeiten, die Anlass zum eigenaktiven Fragen, Erkunden und Erforschen geben.
- vielfältige Lernwege, die den Lernstand der Schülerinnen und Schüler berücksichtigen und auf eine Vielfalt von Lerntypen einzugehen vermögen.
- Einbettungen des Wissenserwerbs. So wird dieser in Vorwissen integriert und es entstehen Vernetzungen des Wissens, auch der roten Fäden.
- Austausch von Wissen.

Unterrichtssituationen können vielfältig gestaltet sein. Sinnkontexte können realitätsnahe Anwendungen, aber auch innermathematische Problemstellungen sein. Das methodische Spektrum reicht vom lehrgangsartigen Unterricht bis zu Projekten. Eine Zusammenarbeit mit anderen Fächern sollte angestrebt und bei der Entwicklung des schuleigenen Curriculums berücksichtigt werden.

2.3.4 Lernen mit allen Sinnen - Handlungsorientierung

Unterricht muss so angelegt sein, dass er möglichst vielen Lerntypen den Zugang zu den im Unterricht behandelten Themen ermöglicht. Daher wird Handlungsorientierung als ein zentrales Unterrichtsprinzip gefordert. Handlungsorientierung bedeutet, dass konkrete Handlungen (Mathematik zum Anfassen, zum „Be - greifen“) und die eigentätige, möglichst alle Sinne umfassende Auseinandersetzung mit Phänomenen und Sachverhalten aus den Lebenswelten der Schülerinnen und Schüler immer wieder zum Ausgangspunkt oder Gegenstand von Mathematiklernen gemacht werden.
Handlungsorientierter Mathematikunterricht soll die Schülerinnen und Schüler lerntypengerecht ansprechen, indem er ihre praktischen, kreativen Fähigkeiten besonders fördert und ihnen Raum gibt für selbstständiges, problemlösendes und anwendungsorientiertes Lernen und Arbeiten. Er soll Neugier, Phantasie und Kreativität herausfordern.
Handlungsorientierter Unterricht umfasst immer Lernen *und* Handeln, Wissen *und* Anwenden; er lässt sich nicht auf reines Tun reduzieren.
Beim handlungsorientierten Lernen werden Informationen und Erkenntnisse vielfältiger und effektiver gespeichert als bei den herkömmlichen Formen der Wissensvermittlung und -aneignung, die das kognitive Lernen stark überbetonen. Beim Lernen durch Handeln gelingt die Vernetzung der erworbenen Kenntnisse, Informationen und Einsichten in die kognitive Struktur der Lernenden. Sie sind deshalb von großer Gedächtniswirksamkeit und fördern die Lernmotivation.
Merkmale eines handlungsorientierten Mathematikunterrichts sind zum Beispiel

- die Aktivierung möglichst vieler Sinne durch Erkunden und Forschen, Herstellen und Gestalten, Experimentieren und Entdecken, Spielen und Konstruieren.
- das Anknüpfen an die Lebens- und Erfahrungswelten der Schülerinnen und Schüler – auch unter Einbeziehung außerschulischer Lernorte.
- der Erwerb von Kompetenzen für selbstständiges, eigenverantwortliches Arbeiten, kooperatives Handeln, Ideenproduktion, Problemlösungsvermögen und Planungsfähigkeit.
- die Prozessorientierung, in dem die Schülerinnen und Schüler ihr vorhandenes Wissen mit neuen konkreten Erfahrungen und eigenen Erkenntnissen verbinden.

2.4 Didaktische Landkarten

Didaktische Landkarten sind eine visualisierte Form zur Darstellung von didaktischen Strukturen und der Entwicklung von Begriffen bei Schülerinnen und Schülern. „Didaktische Struktur“ und „Begriffsentwicklung“ wird hier bewusst unterschieden, da die fachlichen Strukturen meist in einem linear hierarchischen Aufbau dargestellt werden, das Lernen von Begriffen aber eher „flächig“ und vernetzt verläuft. Didaktische Landkarten versuchen beide Aspekte darzustellen.

Zentral für das bedeutungshaltige Lernen ist der semantische Bereich, der sogenannte Kern. Der Übergang zu formaleren, syntaktischen Bereichen setzt einen stabilen Kern voraus.

Der Kern enthält die didaktischen Aspekte und die grundlegenden Verfahren, die zur Bedeutungskonstruktion beitragen sollen (siehe 2.4.1). Die Landkarten greifen die Idee der roten Fäden auf, indem sie bei den grundlegenden Verfahren Erfahrungsbereiche benennen, die mittel- oder langfristig Begriffsentwicklungen unterstützen. Außerdem weisen sie auf die Handlungsorientierung hin. Beispiele im Kernbereich, die nicht linear angeordnet sind, deuten mögliche Unterrichtsituationen und auch weitere Handlungsmöglichkeiten an.
Landkarten können beitragen

- zur Kommunikation und Transparenz bei Diskussionen in Lehrergruppen,
- zur Sichtbarmachung von Kern und Rand, von Grundvorstellungen und den damit verbundenen grundlegenden Verfahren,
- zum Aufzeigen von Strukturen und Vernetzungen (globale und lokale Landkarten) und
- zum Analysieren und Planen von Unterricht.

Beispiele für Landkarten finden sich in 5.1 und 5.2.

2.4.1 Erläuterungen zur Landkarte

Kern (semantischer Bereich)

Grundvorstellungen
entwickeln zu den Aspekten…

Ein Fachbegriff bildet sich nicht durch Definieren: Er ergibt sich aus einem Netz von Aspekten..
Im Unterricht findet eine Auseinandersetzung von Lehrer- und Schülerkonzepten statt. Dabei entwickeln sich bei der Schülerin und beim Schüler Grundvorstellungen.

Die **didaktischen Aspekte** werden in diesem Kernbereich der Landkarte aufgelistet.

Grundlegende Verfahren

Dieser Kernbereich listet grundlegende Verfahren (mathematische Fragestellungen, unterrichtliche Aktivitäten, ...) für Schülerinnen und Schüler auf. Sie sollen **Erfahrungsbereiche** aktivieren, auf denen dann langfristig Grundvorstellungen aufbauen, sich entwickeln und sich stabilisieren können.

Die Doppelpfeile zwischen den beiden Kernen deuten unterschiedliche Sichtweisen an:
nach unten: **didaktische Sichtweise** (Lehrerkonzept)
nach oben: **Bedeutungskonstruktion** durch die Schülerinnen und Schüler

Im Kern finden unterrichtliche Aktivitäten statt, die ein bedeutungshaltiges Lernen unterstützen: semantischer Bereich

Zum Rand gehören z.B. Aktivitäten wie das Trainieren von Rechentechniken, das formale Umgehen mit Termen und Formeln.
Aktivitäten auf dem Rand setzen nach Andelfinger einen stabilen Kern voraus. (z.B. für „sinnvolle“ Kontrollen).

Rand (syntaktischer Bereich)

2.5 Mädchen und Jungen im Mathematikunterricht

In der Gesellschaft sind Frauen und Mädchen im mathematisch-naturwissenschaftlich-technischen Bereich unterrepräsentiert. Die Verwirklichung von Chancengleichheit der Geschlechter insbesondere im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht ist daher weiterhin ein wichtiges Ziel.

Die Diskussion um die Situation der Mädchen im Mathematikunterricht verbindet sich mit der aktuellen Diskussion über eine Verbesserung des Mathematikunterrichts insgesamt.

Ein koedukativer Unterricht, der

- fachliche Inhalte stärker mit der momentanen Lebenssituation und Umwelt verknüpft,
- fachliches und soziales Lernen verbindet,
- mehr Eigentätigkeit fördert,
- subjektiven Sichtweisen und alternativen Deutungen Raum gibt,
- auf unterschiedliche Lernstile und Lernwege eingeht und
- Zeit gibt, eigene Gedankengänge entwickeln und beenden zu können,

berücksichtigt mädchen- und jungenrelevante Aspekte gleichberechtigt bei der Auswahl der Inhalte und der Organisation des Unterrichts.

Insgesamt zielt die Veränderung des Unterrichts damit auf einen kulturellen Wechsel, der zukunftsfähig für Mädchen und Jungen ist.

3 Unterrichtspraxis

3.1 Medien / Neue Technologien

Bei der Planung und Gestaltung des Mathematikunterrichts spielt der sinnvolle Einsatz geeigneter Medien eine wichtige Rolle. Das Experimentieren, das Herstellen, das Probieren und Entdecken, das praktische Handeln mit verschiedenen konkreten Lern- und Arbeitsmaterialien bietet Anregung für unterschiedliche Lernaktivitäten, ermöglicht vielfältige Zugänge zum Lernen und wird den verschiedenen Lerntypen besser gerecht.

Deswegen sollten im Unterricht neben den herkömmlichen Medien wie Tafel, Zeichengeräten, Overheadprojektor, Lehrbuch und Arbeitsheft auch

- viele gebräuchliche Werkzeuge und nützliche Dinge aus dem Alltag (Zollstock, Messschieber, Kreisschneider, Messbecher, Waage, Spiegel, Schachteln [Verpackungen] usw.),
- Werkstoffe wie Holzwürfel und -leisten, Papier und Pappen zum Falten und Bauen,
- didaktische Lernmedien wie mathematische Modellsätze (Füllkörper, Kantenmodelle, Oberflächennetze usw.), Geometrie- Konstruktionssysteme (Steck- und Baukästen), mathematische Arbeitsmittel zum Anfassen (Bruchrechenmaterialien, Wahrscheinlichkeitslabor, Experimentierkästen usw.),
- mathematische Spiele unterschiedlichster Art (Rechendominos, Brett- und Kartenspiele zu verschiedenen mathematischen Themen usw.),
- interaktive Exponate, die Mathematik zum Anfassen ermöglichen (Lernwerkstattmaterialien, Montessori- und Naef-Exponate),
- und visuelles Material (Arbeitstransparente, Lerntafeln, Poster usw.)

eingesetzt werden.

Darüber hinaus hat in den letzten Jahren der Einsatz elektronischer Medien im Mathematikunterricht eine große Bedeutung bekommen.

Neben dem Taschenrechner ist der Einsatz von Computerprogrammen in Anwendungsbereichen der Mathematik zur Selbstverständlichkeit geworden. Ein moderner Mathematikunterricht darf daher an diesen Werkzeugen durch Nutzung geeigneter Software wie z.B. Computer-Algebra-Systemen (CAS) oder Dynamischer Geometrie-Software (DGS) usw. nicht vorbei gehen.
Für den Taschenrechner ebenso wie für Computerprogramme geht es dabei nicht um die Nutzung der Werkzeuge an sich, sondern darum, dass die Möglichkeiten und die Vielfalt des Zugangs zu verschiedenen Unterrichtsgegenständen erweitert werden. Die Nutzung der Werkzeuge darf das Erlernen wichtiger Rechenroutinen oder die Erfahrung grundlegender Vorstellungen nicht ersetzen. Vielmehr können technische Hilfsmittel in Anwendungssituationen von langwierigen Rechnungen entlasten, um die Konzentration auf wesentliche mathematische Aktivitäten zu ermöglichen, oder auch durch interaktive Möglichkeiten zur Darstellung von Zusammenhängen explorative Prozesse unterstützen.

Die Anwendungen vor allem des Computers ermöglichen zielgerichtetes Experimentieren und die Unterstützung des Lernprozesses in unterschiedlichen Problemkontexten. Schon jetzt findet man leichten Zugang zu Anwendungsprogrammen, die es ermöglichen,

- aufwändige numerische und algebraische Algorithmen abzuarbeiten und so von ermüdenden Rechnungen zu entlasten,
- mit Hilfe von Tabellenkalkulationen insbesondere iterative Prozesse durchzuführen,
- Funktionen darzustellen und zu untersuchen und dabei Eigenschaften zu ermitteln und zu vergleichen,
- geometrische Figuren und Körper darzustellen und zu variieren (Zugmodus), um dabei vielfältige Erfahrungen zu sammeln und Vermutungen zu überprüfen, ohne zeitraubende Zeichnungen anzulegen,
- größere Datenmengen aufzuarbeiten und statistisch auszuwerten.

Auch auf geeignete Lernprogramme kann zur Erweiterung der Vielfalt von Lernprozessen zugegriffen werden.

Im computergestützten Mathematikunterricht, der Schülerinnen und Schülern ein erhöhtes Maß an individuellen, selbstständigen Aktivitäten abverlangt, besteht die Rolle der Lehrerinnen und Lehrer zu einem wesentlichen Teil in individueller Beratung, der Organisation von Einzel- und Gruppenarbeitsphasen sowie in der Planung projektartiger Problemstellungen. Schülerinnen und Schülern sind dabei in besonderer Weise für ihren eigenen Lernprozess verantwortlich und müssen daher auf diese Aufgabe vorbereitet werden. Zur Bewältigung dieser Aufgabe gehört vor allem die Dokumentation des Arbeitsprozesses und seiner Ergebnisse.

Der Zugang zu mathematischen Gegenständen und Zusammenhängen wird durch den Computereinsatz verändert. Man muss sich daher bewusst sein, dass vertraute Inhalte nicht einfach übertragen werden können, sondern dass anders und Anderes gelernt wird. In welcher Weise jedoch Lernprozesse beeinflusst und Begriffsbildungen verändert werden, dazu bedarf es noch weiterer Erfahrungen aus der Unterrichtspraxis. Aus diesem Grunde, und da die verfügbaren Einsatzmöglichkeiten einem raschen Wandel unterliegen, kann es an dieser Stelle keine Festschreibung von Inhalten und Methoden geben, damit sich didaktische Konzepte in der Unterrichtspraxis entwickeln können. Es wäre jedoch falsch, aus diesen Gründen auf den Einsatz dieser modernen mathematischen Werkzeuge zu verzichten. Ein derart realitätsferner Mathematikunterricht wäre nicht zu verantworten.
Manche Programme können über das Internet für den Mathematikunterricht verfügbar gemacht werden. Darüber hinaus soll das Internet auch im Mathematikunterricht als Medium zu Information und Kommunikation genutzt werden. Das setzt den Aufbau entsprechender Kompetenzen voraus. Daher muss die Nutzung des Internet im Mathematikunterricht in die schuleigenen Konzepte zur Nutzung moderner Technologien integriert werden, da der verantwortliche und kritische Umgang mit Informationen ein Bildungsziel darstellt, das nicht von einem Fach isoliert angestrebt werden kann.

Auch die Möglichkeit der über inhaltliche Aspekte hinausgehenden Nutzung elektronischer Medien zur Erweiterung methodischer Kompetenzen wie z.B. zur Aufarbeitung, Zusammenfassung und Präsentation von Arbeitsergebnissen soll koordiniert mit anderen Fächern im Mathematikunterricht aufgegriffen werden.

3.2 Methoden

Grundlegende fachliche Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten, die jederzeit reaktiviert werden können, sind eine wichtige Voraussetzung für erfolgreiches Lernen im Mathematikunterricht. Fachkompetenz allein reicht aber nicht mehr aus, um den heutigen gesellschaftlichen Arbeits- und Kommunikationsstrukturen gerecht zu werden. Neben die Vermittlung des reinen Fachwissens wird die qualifizierte Förderung der Selbst- und Sozialkompetenz zu treten haben. Deshalb wird im Mathematikunterricht die Entwicklung einer schülerorientierten Lern- und Unterrichtskultur, die auf mehr Selbstständigkeit und Eigenverantwortung, Kommunikations- und Teamfähigkeit abzielt, eine immer größere Rolle spielen.
Um Lernen effektiver, nachhaltiger und erfolgreicher zu gestalten sind drei Aspekte von Methoden von Bedeutung:

- die Methoden des Lernens, mit denen die Schülerinnen und Schüler ihr eigenes Lernen und Arbeiten optimieren,
- die Methoden des Lehrens, mit denen die Lehrerinnen und Lehrer den Mathematikunterricht planen und durchführen,
- die Methoden des Faches, die für die spezifische Arbeitsweise im Mathematikunterricht von Bedeutung sind.

3.2.1 Methoden des Lernens

Lernen ist ein selbstgesteuerter, individuell unterschiedlich ablaufender Prozess, in dem die Schülerinnen und Schüler neue Informationen aufnehmen, interpretieren und mit dem bereits vorhandenen Repertoire von Wissen, Fähigkeiten und Fertigkeiten verknüpfen. In diesem Prozess werden von den Lernenden unterschiedliche Lernstrategien sowie sinnvolle, effektive Lern- und Arbeitstechniken benötigt, die sie in die Lage versetzen, Wissen selbstständig aufzubauen. Dies erfordert von ihnen die entsprechenden methodischen Schlüsselqualifikationen.

- Methoden zur Verbesserung des Lernens („Lernen lernen")

  Beim „Lernen lernen" geht es für die Schülerinnen und Schüler darum, ihre eigenen erfolgreichen Lernstrategien und -wege zu finden. Dazu sollen sie

  - die wichtigsten biologischen und psychologischen Grundlagen des Lernens kennen,
  - ihren eigenen, vorrangigen Lerntyp herausfinden,
  - unterschiedliche Formen der Informationsaufnahme beherrschen,

- möglichst viele gedächtniswirksame Lernwege benutzen („Lernen mit allen Sinnen") und
- über die eigenen Lernprozesse reflektieren können (z.B. Lerntagebücher führen).

- Methoden zur Optimierung des Arbeits- und Lernverhaltens

  Die Schülerinnen und Schüler sollen

  - Methoden zur Konzentration und Entspannung kennen,
  - ihre Zeit effektiv einteilen können,
  - ihr Arbeitsheft in sinnvoller und lernunterstützender Weise führen und
  - Klassenarbeiten effektiv vorbereiten, um sie erfolgreich zu bewältigen.

- Methoden der Informationsbeschaffung, -verarbeitung und –aufbereitung

  Die Schülerinnen und Schüler sollen Methoden kennen,

  - um Informationen zu sammeln (Literatur- und Internetrecherche, Auswahl und Bewertung von geeigneten Informationsquellen usw.),
  - um relevante Informationen auszuwählen und zu verarbeiten,
  - um Informationen zu ordnen, zu strukturieren, zu verknüpfen, zu analysieren und zusammenzufassen und
  - um Informationen zu gestalten und visuell, mündlich, schriftlich und multimedial zu präsentieren (Posterpräsentationen, Vorträge, Facharbeiten, Langzeitaufgaben, Multimediaproduktionen, Videofilme usw.).

- Methoden der Kommunikation und Kooperation

  Die Schülerinnen und Schüler sollen

  - Gesprächsregeln kennen,
  - den Gesprächsverlauf fördern,
  - Gespräche selbst ziel-, themen- und ergebnisorientiert leiten können und
  - Methoden zur effektiven Gruppenarbeit beherrschen und die Arbeit in der Gruppe voran bringen können.

Die Methodenkompetenz der Schülerinnen und Schüler soll möglichst regelmäßig in den Mathematikunterricht einbezogen und in den Jahrgängen 5 bis 10 systematisch und altersangemessen aufgebaut werden.

3.2.2 Methoden des Lehrens

Um der Vielfalt der Lernvoraussetzungen, Lerntypen und Lernstile gerecht zu werden, ist für das Mathematiklehren ein breites Spektrum unterschiedlichster methodischer Vorgehensweisen auf den verschiedenen Ebenen der Planung, Durchführung und Evaluation von Unterricht erforderlich.

a) Vielfalt innerhalb der Sozialformen:
Sozialformen regeln die Beziehungs-, Raum- und Kommunikationsstruktur des Unterrichts durch Einzelarbeit, Partnerarbeit, Gruppenarbeit (arbeitsgleich, arbeitsteilig) und Klassenunterricht.

b) Vielfalt innerhalb der Handlungsmuster:
Handlungsmuster regeln die Handlungsstruktur des Unterrichts, in dem sie einerseits die Unterrichtsinhalte als symbolische Darstellung der Welt inszenieren und andererseits durch die Verinnerlichung der Handlungen Handlungskompetenzen aufbauen durch Vorträge, Referate, Gespräche, Tafelarbeit, Rollenspiele, Exkursionen, Modelle, Experimente, gelenkte und freie Vorhaben, Projekte, Lernzirkel, Mathematik-Lernwerkstätten, Lehrbücher, Arbeitsblätter, Puzzle und Phantasiereisen.

c) Vielfalt innerhalb der Unterrichtsschritte:
In den Variationen der Konfrontation, der Gestaltung, der Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler mit den Unterrichtsinhalten und der Zusammenfassung und Darstellung von Ergebnissen liegen Möglichkeiten der Regelung von Prozessstrukturen im Unterricht.

3.2.3 Methoden des Faches Mathematik

Über die allgemeine Methodenkompetenz hinaus gibt es im Mathematikunterricht eine Reihe von fachspezifischen Methoden, die die Schülerinnen und Schüler erlernen müssen. Dazu gehören

- das Überschlagsrechnen und sinnvolle Runden,
- Methoden zum Erheben, Verarbeiten und Veranschaulichen von Daten, Methoden zum Lesen, Interpretieren und Erklären von Diagrammen und Grafiken,
- verschiedene Beweisverfahren, mit denen die Schülerinnen und Schüler selbstständig Beweise führen können,
- heuristische Methoden zum Bearbeiten und Lösen von Problem- und Anwendungs- bzw. Sachaufgaben: Aufgaben erfassen, Probleme analysieren, Lösungsverfahren anwenden und
- mathematische Modellbildung: Sachkontexte in mathematische Zusammenhänge übersetzen, Ergebnisse herleiten, interpretieren und auf den Sachkontext hin kritisch reflektieren.

Insbesondere beim Beweisen darf die formallogische Seite nicht zu früh in den Vordergrund treten. Über die Entwicklung der Bereitschaft, Aussagen zu begründen und Argumente aufeinander zu beziehen, müssen sich mathematische Argumentationsweisen durch die Verständigung über Voraussetzungen und zulässige logische Schlüsse erst allmählich entwickeln.

3.3 Üben und Behalten

Für einen Mathematikunterricht, der einerseits die Lernenden zum eigenverantwortlichen und selbstständigen Handeln andererseits zum verständnisvollen Kompetenzerwerb befähigen will, nimmt das Üben einen hohen Stellenwert ein. Es stellt ein immanentes Unterrichtsprinzip dar, das in nahezu allen Unterrichtsphasen sinnvoll eingesetzt werden kann. Folgerichtig lässt sich Üben nicht auf eine Tätigkeit reduzieren, die am Ende einer Unterrichtseinheit lediglich rezeptive Lösungsprozeduren automatisiert. Da das Üben als reines Fertigkeitentraining dem in 2.3 beschriebenen Lernbegriff nicht gerecht werden würde, müssen im Unterricht zum Beispiel auch konstruktive, produktive und anwendungsorientierte Übungsformen zum Tragen kommen. Für alle Formen des Übens gilt aber, dass neben einem systematischen und integrativen Wiederholen nur geübt werden soll, was vorher verstanden wurde. Der Umgang mit Fehlern erfolgt hierbei im Sinne des pädagogischen Leistungsbegriffs (siehe 7.1). Der Übungserfolg wird im Übrigen entscheidend davon abhängen, inwieweit die Schülerinnen und Schüler den Sinn des Übens eingesehen haben.

Die Lernenden erhalten unter anderem durch realitätsbezogene (fächerübergreifende) Kontexte die Möglichkeit, sich mit den Übungsinhalten zu identifizieren. Offene Übungsformen bieten ihnen die Chancen zum Entdecken und zum Entwickeln von weiteren Fragestellungen.

Die Lehrenden berücksichtigen bei der Auswahl der Übungsinhalte in der Regel ein Spektrum von Lösungsstrategien. Sie organisieren die Übungsformen so, dass Lernfortschritte von den Schülerinnen und Schülern erkannt und selbst kontrolliert werden können.

Ein Üben in der oben beschriebenen Form trägt wesentlich dazu bei, dass nicht nur fachspezifische Wissenselemente, Verfahren und Techniken im Gedächtnis langfristig verankert werden, sondern auch ein flexibler Umgang mit ihnen ermöglicht wird. Zusammenhänge werden leichter durchschaut und es gelingt eher, das Gelernte auf neue Gegenstandsbereiche zu übertragen.

In der Integrierten Gesamtschule bilden die Arbeits- und Übungsstunden unter anderem den zeitlichen Rahmen für

- die Umsetzung individueller Fördermaßnahmen,
- das Führen von Lerntagebüchern,
- die (Weiter-) Arbeit an Arbeitsplänen,
- die Erweiterung der Methodenkompetenz und
- das Einüben bestimmter Fertigkeiten.

In den Arbeits- und Übungsstunden an Ganztagsschulen sollen somit nicht nur Aufgaben erledigt werden, wie sie üblicherweise an Halbtagsschulen als Hausaufgaben gestellt werden. Vielmehr geht es auch in diesen Stunden darum, individualisiertes Lernen zu ermöglichen und neben der Aneignung von Sach- und Fachwissen eine stabile Arbeitshaltung aufzubauen. Die Erweiterung ihrer Methodenkompetenz befähigt die Schülerinnen und Schüler unter anderem dazu, sinnvoller zu üben, besser zu übertragen und selbstständiger Ergebnisse sichern zu können.

Die Aufgaben für die Arbeits- und Übungsstunden werden vom jeweiligen Fachlehrer beziehungsweise von der jeweiligen Fachlehrerin gestellt und kontrolliert.

3.4 Fördern und Fordern

Neben den Maßnahmen zur Binnendifferenzierung fordern zwei Gruppen die Lehrenden zu besonderen unterrichtlichen Angeboten heraus: Die Gruppe der Lernenden, die oft nur mit Mühe den Anforderungen des Unterrichts gerecht werden können, und die Gruppe der Schülerinnen und Schüler, die gestellte Anforderungen leicht erfüllen und sehr schnell geforderte mathematische Erkenntnisse erkennen, formulieren und anwenden. Dabei kann das Leistungsbild einer Schülerin oder eines Schülers in Abhängigkeit von dem behandelten Inhalt und von der geforderten Leistungsdimension stark variieren.

Grundlage für Angebote zum Fordern und Fördern ist die genaue Beobachtung der Lernentwicklung der Schülerinnen und Schüler, die Durchführung einer Fehleranalyse und Feststellung der Leistungsschwerpunkte in überprüften Ergebnissen der Schülerinnen und Schüler, die Auswertung der mündlichen Äußerungen oder die Berücksichtigung eines Rückzugs aus dem Unterrichtsgeschehen.

Für Schülerinnen und Schüler mit Lerndefiziten muss überprüft werden, ob

- der Schülerin oder dem Schüler im Rahmen des fachlichen Förderkonzepts Hilfen angeboten werden können,
- im Mathematikunterricht und in den Arbeits- und Übungsstunden gezielte Angebote bereit gestellt werden, die durch Übungserfolge beim Lernenden eine Motivationssteigerung bewirken können oder
- zusammen mit dem Elternhaus außerschulische Hilfen organisiert werden können, z.B. bei erkennbarer Dyskalkulie.

Für besonders leistungsstarke Schülerinnen und Schüler sollten Lernangebote bereitgestellt werden, die über die gestellten Anforderungen des Jahrgangs weit hinaus gehen können. Dabei sollten nicht Inhalte der höheren Jahrgänge vorgearbeitet werden. Die Anforderungen sollten vom aktuellen Thema ausgehen und komplexe Fragestellungen zulassen, Forschungsaufträge ermöglichen und Verknüpfungen mit anderen mathematischen und außermathematischen Wissenschaftsbereichen zulassen. Eine solche Arbeitsweise setzt voraus, dass die Informationsbeschaffung für diese Schülerinnen und Schüler während des Unterrichts möglich ist und Arbeitsgeräte (Computer, Lernwerkstatt, ..) zugänglich sind. Auch schulische und außerschulische Mathematik-Wettbewerbe und mathematische Arbeitsgruppen sind eine mögliche Herausforderung für interessierte und leistungsstarke Schülerinnen und Schüler.

Viel zu häufig unterscheiden sich die Anforderungen für leistungsstarke von -schwächeren Schülerinnen und Schüler lediglich in der Anzahl der zu bearbeitenden Aufgaben. Ein solcher Unterricht wird den Bedürfnissen beider Gruppen nicht gerecht. Die eigenständige Bewältigung von individuell als schwierig empfundenen Problemen bewirkt in der Regel eine Motivationssteigerung. Diese sollten alle Schülerinnen und Schüler erfahren.

4 Differenzierung

4.1 Umgang mit Vielfalt und Heterogenität

Binnendifferenzierung ist einerseits eine Grundhaltung - in der Vielfalt und Heterogenität als Chance und als Bereicherung gesehen wird - und andererseits ein pädagogisches Prinzip für die Gestaltung von Unterricht im Allgemeinen und für die Organisation von Lernprozessen im Besonderen. Ziel der Binnendifferenzierung ist die optimale individuelle Förderung und die soziale Integration.
Binnendifferenzierung benötigt, fordert und fördert drei wichtige, fachunabhängige Schlüsselqualifikationen: eigenverantwortliches, selbstständiges Lernen und Arbeiten (Selbstkompetenz), Kooperationsfähigkeit (kommunikative und kooperative Kompetenz) sowie Erlernen und Beherrschen wichtiger Lern- und Arbeitstechniken (Methodenkompetenz).

4.2 Lernvoraussetzungen

Die unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler lassen sich differenzieren in Bezug auf

- biografische Erfahrungshintergründe,
- methodische Fähigkeiten und Arbeitstechniken,
- Interessen und Neigungen,
- Persönlichkeitsmerkmale,
- Lerntypen und Lernstile,
- Lern- und Arbeitstempi,
- Vorkenntnisse sowie
- allgemeine Fähigkeiten wie z.B. Abstraktionsfähigkeit, Sprachverständnis usw.

Diese Voraussetzungen müssen bei differenzierenden Maßnahmen berücksichtigt werden.

4.3 Differenzierungsmaßnahmen

Im täglichen Mathematikunterricht sollte durch verschiedene pädagogische, didaktische und organisatorische Maßnahmen innere Differenzierung stattfinden.

- Aufgabendifferenzierung: Generell erhalten nicht immer alle Schülerinnen und Schüler die gleichen Aufgaben. Unterschiedliche Schwerpunkte bei der Aufgabenstellung können zu unterschiedlichen Ergebnissen führen.
- Unterschiedliche Zugangsmöglichkeiten: Vielfalt im Medieneinsatz soll den Schülerinnen und Schülern unterschiedliche Aufnahmekanäle erschließen.

- Unterschiedliche Komplexität: Aufgabenarten mit unterschiedlichen Abstraktionsniveaus ermöglichen Lösungswege unterschiedlicher Komplexität. Dabei sollen Lernende zur selbstständigen begründeten Auswahl befähigt werden.
- Unterschiedliche Lernzeiten: Während langsamere Lerner eventuell gründlicher arbeiten, können schnellere Lerner besondere Aspekte eines Themas vertiefen.
- Unterschiedliche Hilfestellungen: Schülerinnen und Schüler sollen individuelle Hilfen durch Materialien mit unterschiedlich hohem Aufforderungscharakter bekommen.
- Unterschiedliche Lernerfahrungen: In einem lernerzentrierten Unterricht sollen Schülerinnen und Schüler auf Planung und Ablauf Einfluss nehmen können, indem sie eigene Interessen einbringen und Schwerpunkte wählen.

4.4 Unterrichtsformen

Binnendifferenzierung findet immer in allen drei Grundformen des Unterrichts statt: im individualisierten Unterricht, im kooperativen Unterricht und auch im Klassenunterricht. Die Anteile der drei Unterrichtsformen sollten ausgewogen und in etwa gleichgewichtig sein.

4.5 Fachleistungsdifferenzierung

Gemäß der Erlass- und Beschlusslage für die integrierte Gesamtschule ist ab dem 7. Jahrgang eine Fachleistungsdifferenzierung auf mindestens zwei Niveaustufen durchzuführen. Findet eine Differenzierung in Kursen statt, entbindet dies nicht von innerer Differenzierung innerhalb der Kurse. Insbesondere auch wegen der Durchlässigkeit zwischen den Kursen sind innerhalb einer Schule curriculare Absprachen über die Kursinhalte zu treffen und in den Kursen vielfältige Angebote auf unterschiedlichen Niveaustufen bereitzustellen.
Aufgrund der ausgeführten, an integrierten Gesamtschulen anzustrebenden Unterrichtskultur im Mathematikunterricht und unter der Berücksichtigung der unterschiedlichen Lerntypen kann eine Niveaubildung nicht durch Aufteilung in Grund- und Erweiterungskataloge von Inhalten vorgenommen werden. Vielmehr muss die Differenzierung unter qualitativen Aspekten gesehen werden. Dabei ist zu beachten, dass die Dimensionen der Mathematikleistungen wie Rechenfertigkeit (der Umgang mit Zahlen und Symbolsystemen), Sprachverständnis (der Umgang mit der mathematischen Fachsprache), Raumvorstellung (räumlich-visuelle Fähigkeiten, die sich nicht nur auf die Geometrie, sondern auch auf die Veranschaulichung von Inhalten und Problemstellungen in der Arithmetik und Algebra beziehen), logisches Denken (die Fähigkeit zum schlussfolgernden Denken, z. B. beim Argumentieren, Begründen und Beweisen), mathematisches Wissen und mathematische Fähigkeiten (z.B. mathematische Methoden wie Modellieren, Interpretieren, Algorithmieren usw.) von einander unabhängig sind

und gute, bzw. schlechte Lernerfolge in einer dieser Leistungsdimensionen nicht zwangsläufig entsprechende Auswirkungen auf den Lernerfolg in einem anderen Leistungsbereich haben müssen.
Auf erweitertem Niveau ist neben Handlungsorientierung und Variation der Medien stärker auf mathematische Exaktheit, höheren Formalisierungsgrad und Einhaltung der Fachsprache als auf Grundniveau einzugehen. Bei der Planung von Grundniveaus sollte berücksichtigt werden, dass die Schaffung eines stabilen semantischen Kerns bei der Entwicklung von Grundvorstellungen möglicher Weise mehr Zeit als auf erweitertem Niveau in Anspruch nimmt.

Beispiel: Volumen einer Kugel

Erweitertes Niveau	**Gemeinsamer Kern**	**Grundniveau**
	Messen, Kugeln in Messbecher, Füllen mit Sand, Herstellen von Kugeln,...	
	Auswertung von Wertetabellen, Zerlegung in Pyramiden	
iterative, numerische Näherungsverfahren		Abschätzen durch Würfelrasterung
propädeutischer Grenzwertbegriff		
	Aufstellen der Volumenformel, Auflösen nach verschiedenen Variablen	
Formel als Funktionsgleichung interpretieren Funktionsuntersuchungen		Volumenbetrachtung bei ganzzahliger Vervielfachung des Radius

Beispiel: Umgehen mit quadratischen Funktionen

Erweitertes Niveau	**Gemeinsamer Kern**	**Grundniveau**
	Wertetabellen aus Anwendungen wie Quadratflächen, Bremswegen...	
	Grafen erstellen, qualitative Betrachtungen von Kurvenverläufen, Änderung und Krümmung	

Erarbeiten der verschiedenen Lösungsverfahren zur Bestimmung von Nullstellen Sicherer Umgang im Kalkül mit den Verfahren Zusammenhang der quadratischen Funktion mit der geometrischen Definition der Parabel	Abgrenzung zur linearen Funktion, Symmetriebetrachtungen, Schnittpunkte mit den Achsen, Zusammenhang zwischen Wertetabelle, Graf und Funktionsgleichung	Erarbeiten einiger Lösungsverfahren zur Bestimmung von Nullstellen Sicheres Beherrschen eines selbst gewählten Verfahrens

Bei der curricularen Ausarbeitung der Niveaustufen in den Fachkonferenzen ist zu beachten, dass alle möglichen Abschlüsse am Ende des Sekundarbereiches prinzipiell mit beiden Niveaustufen erreichbar sind. Die in den Tableaus aufgeführten Themen sind somit für alle Niveaustufen verbindlich. Dies ist insbesondere auch auf Grund der Qualifikationen notwendig, die im beruflichen Bereich von Schulabgängern erwartet werden. Unter diesem Aspekt bieten sich in den Jahrgängen 9 und 10 auch Unterrichtssituationen an, die eine Nähe zur Berufswelt haben.

4.6 Wahlpflichtbereich

Der Wahlpflichtbereich soll den Schülerinnen und Schülern Möglichkeiten für Neigungsdifferenzierung eröffnen. Unter diesem Aspekt sollten auch für mathematisch Interessierte Kurse angeboten werden. Dies bedeutet, dass der Wahlpflichtbereich nicht für Förder- oder sogenannte Stützkurse verwendet werden soll, sondern für alle Schülerinnen und Schüler mit einer Neigung zur Mathematik geöffnet sein muss. Hierbei sind die Bedingungen des Bezugserlasses einzuhalten.

Für den mathematischen Bereich bieten sich dabei besonders die Möglichkeiten zur Vertiefung oder Ergänzung von Themen, die im Fachunterricht Mathematik aus Zeitgründen nicht behandelt werden können und für die Schülerinnen und Schüler neue Zugänge zur Mathematik ermöglichen. So kann fächerübergreifender Unterricht intensiver als im Fachunterricht umgesetzt werden (z.B. Wahlmathematik, Mathematik und Architektur, Mathematik und Kunst, Mathematik und Gesellschaft, numerische Verfahren usw.). Projekte mit umfangreichen Datenerhebungen, aufwändiges Erstellen von Objekten oder Zusammenarbeit mit schulexternen Betrieben oder Institutionen sind in besonderem Maße für den Wahlpflichtbereich geeignet.

5 Konsequenzen für einige Bereiche

5.1 Bruchrechnung

Das Bruchrechnen hat allgemein eine geringe lebenspraktische Bedeutung und spielt in der Alltagswelt kaum noch eine Rolle. Stattdessen hat die Dezimalbruchrechnung eine viel größere Wichtigkeit erlangt.

Brüche treten in der natürlichen Sprache gleichwohl in kontexthaltigen Situationen auf. Genauso wie „ganz große Zahlen" in der Jahrgangsstufe 5/6 für die Schülerinnen und Schüler wichtig werden, werden die "ganz kleinen Zahlen" und ihre Darstellungen wichtig. Dabei fällt auf, dass Bruchdarstellungen oftmals informationsreicher sind als dezimale Darstellungen. Bedeutungshaltige und objektgebundene Vorstellungen sind für diese Entwicklungsphase bedeutsamer als das manipulativ-formale Rechnen.

Im Folgenden werden die Aspekte der Grundvorstellungen beschrieben, die es zu entwickeln gilt:

- Brüche beschreiben Teile eines Ganzen und Teile von mehreren Ganzen.
- Im Teilen einer Einheit ist der Bruch als Operator zu deuten („ 1/3 von ...“).
- Brüche stellen Verhältnisse dar.

Diese Grundvorstellungen werden durch grundlegende Verfahren (siehe „Landkarte zu Brüchen" im Anschluss) entwickelt wie

- das konkrete Herstellen von Brüchen,
- das Beschreiben von Teilen von Ganzen und von Teilen mehrerer Ganzer,
- Erweitern und Kürzen von Brüchen in der Form von Verfeinern und Vergröbern konkreter Bruchteile sowie
- das Umgehen mit relativen Häufigkeiten und Verhältnissen.

Aus diesen Grundvorstellungen können die Rechenregeln mit Brüchen nicht unmittelbar abgeleitet werden, insbesondere nicht die Divisionsregel „Bruch durch Bruch“. Diese führt notwendig zum Kehrbruch des Divisors, der nur durch den Rechenkontext, nicht aber durch einen Sinnzusammenhang mit dem Ausgangsbruch in Verbindung steht. Die Entwicklung der Rechenregel zur Division lässt sich eher in der Erweiterung der Grundvorstellung von der Division selbst fundieren.

Ohnehin erlangen die Rechenregeln mit Brüchen ihre besondere Bedeutung erst später in einem eher formalen Kontext beim Rechnen mit Variablen und Termen.

Dieser Hintergrund sowie entwicklungspsychologische Gründe sprechen dafür, die Erarbeitung der Grundvorstellungen und der grundlegenden Verfahren zu entzerren.

Das Entzerrungskonzept hat für den Unterricht folgende Konsequenzen:

- Zweiphasigkeit

- Gesicherte Grundvorstellungen werden in der Hinführphase in Stufe 5/6 entwickelt. Die Schülerinnen und Schüler werden bei ihren Vorerfahrungen abgeholt. Zu diesen Vorerfahrungen gehört der Umgang mit Brüchen in der natürlichen Sprache.
- Erst in den weiterführenden Phasen wird das Formalisieren und Algorithmisieren aufgenommen. Dabei steht im Vordergrund, das Verständnis der Rechenoperationen zu entwickeln.

- Grundvorstellungen

Die Hinführungsphase ist realitätsgebunden, kontextbezogen und konkret. Diese Phase hat zentrale Bedeutung, weil auf diese Grundvorstellungen zurückgegriffen werden muss.

- Kindgemäßheit

Aus entwicklungspsychologischen Gründen erscheint es angebracht, frühestens gegen Ende des 6. Schuljahres mit Formalisierungen zu beginnen.

- Entzerrung

Die Themen der Bruchrechnung werden entzerrt und auf die Jahrgänge 5 bis 7 verteilt.

- Aneignung fördern

Umfangreiches Material muss den Lernenden Vorstellungs- und Handlungsmöglichkeiten eröffnen. Das Material muss dem Sichtwechsel der drei Aspekte des Bruchbegriffs gerecht werden. Auf die dabei gewonnenen Grundvorstellungen muss später zurückgegriffen werden können. Es muss in besonderer Weise die enaktive und ikonische Aneignung fördern.

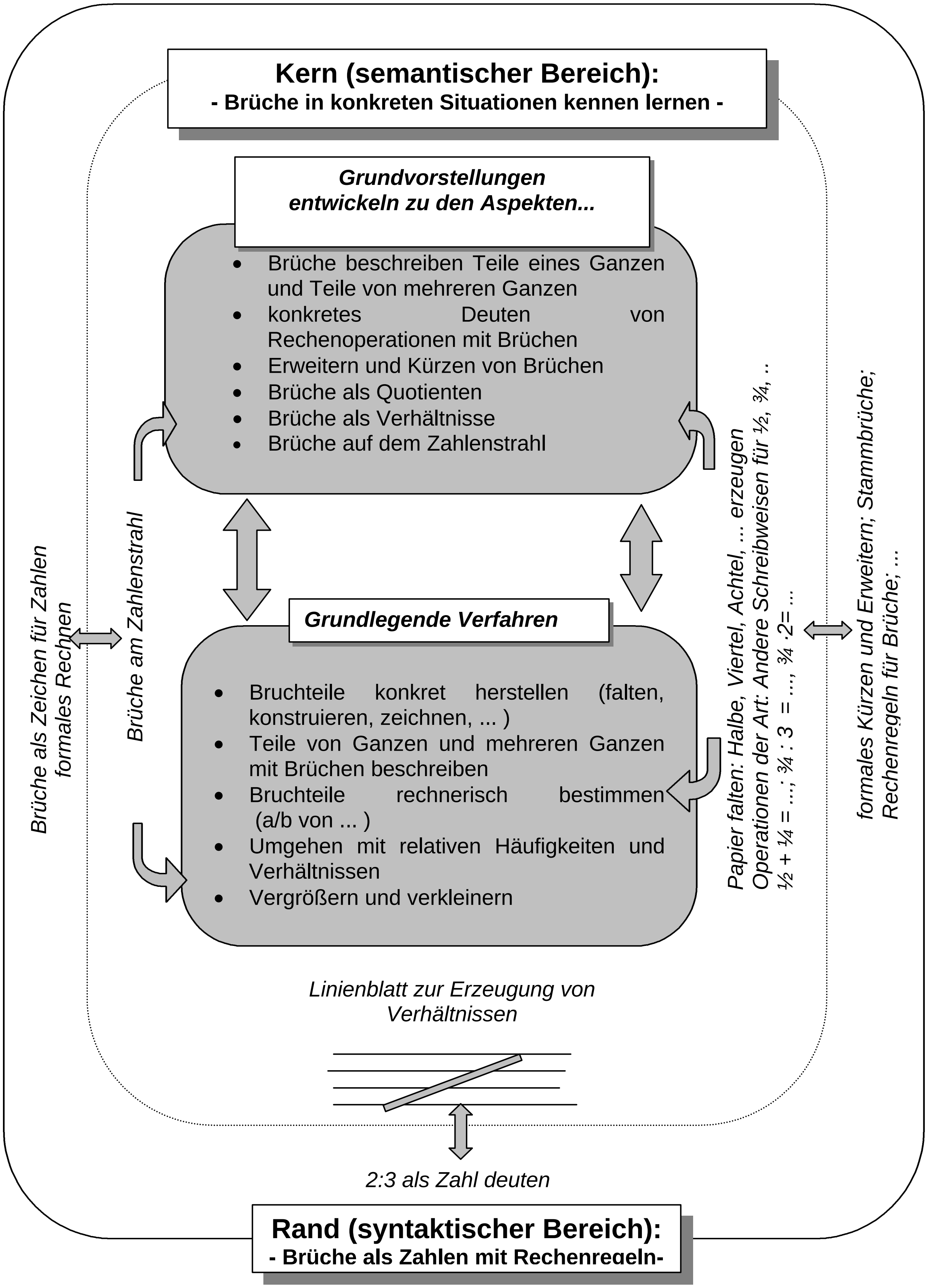
- Dezimalbruchrechnung

Die Beherrschung der Bruchrechenregeln ist nicht Voraussetzung der Dezimalbruchrechnung. Diese wird zunächst unabhängig von den Brüchen entwickelt. Dabei wird auf die bekannten Grundrechenarten und auf das Stellenwertsystem zurückgegriffen. Im Curriculum des 6. Schuljahres bekommt die Dezimalbruchrechnung einen höheren Stellenwert als die Bruchrechnung.

- Fortführung

In Klasse 7/8 können u.a. Prozentrechnung und Wahrscheinlichkeitsrechnung als Fortführung der Bruchrechnung unterrichtet werden.

Landkarte zu Brüchen

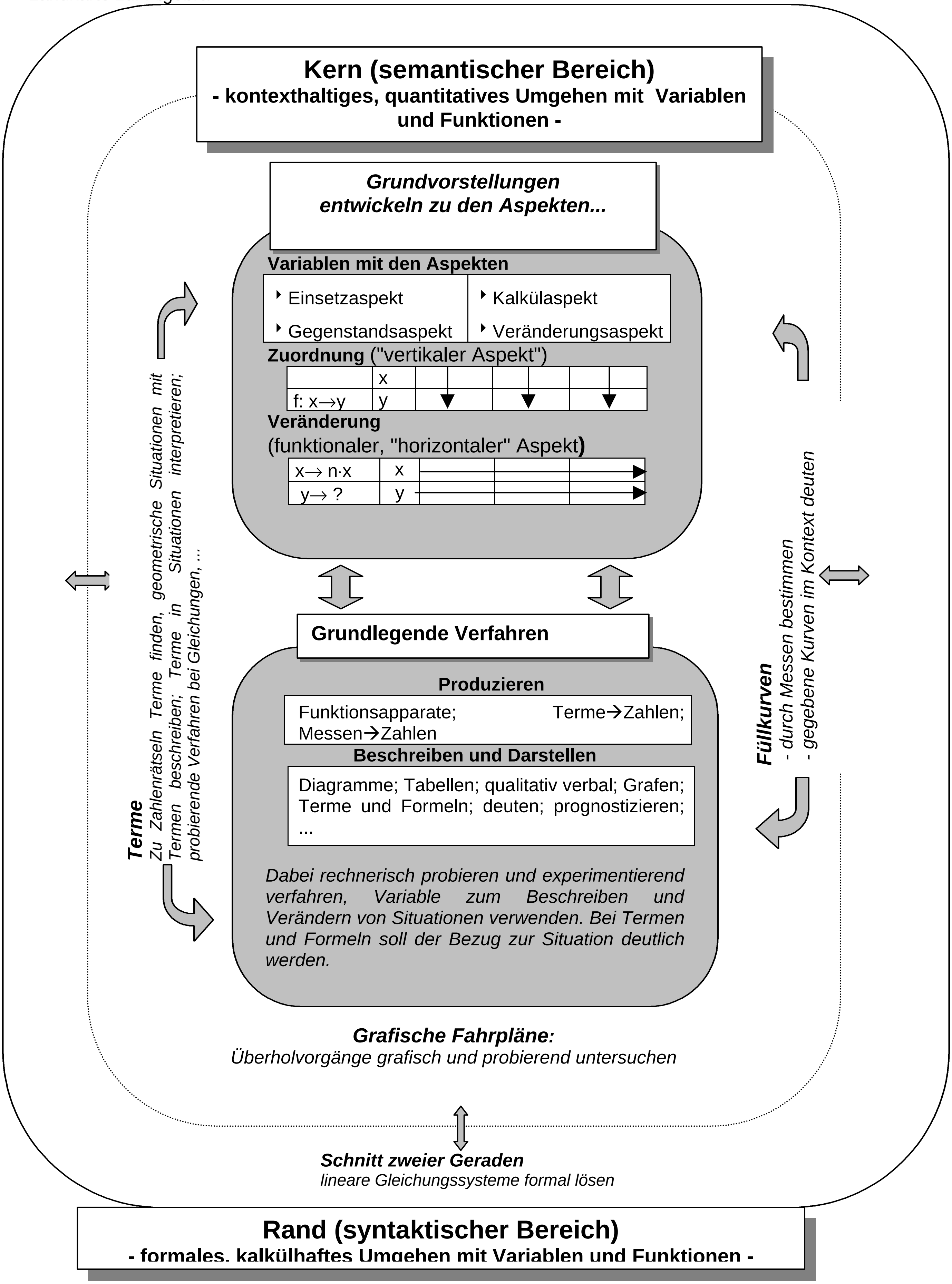


5.2 Algebra

Das Mathematisieren kontexthaltiger Situationen erfordert neben der Verwendung grafischer und tabellarischer Verfahren auch die Entwicklung und Deutung von Termen und Formeln.
Variablenkonzepte sind nach dem Bündelkatalog (siehe 2.3.2) für alle roten Fäden von Bedeutung; einen Schwerpunkt bildet dabei der Faden „Denken in Funktionen und Wechselwirkungen“.
Empirische Studien für den Bereich des Algebraunterrichts kommen zu dem Ergebnis, dass nur ca. 30% der Schüler und Schülerinnen die Grenze von den konkret-objektgebundenen Vorstellungen zum manipulativ-formalen Umgang mit Variablen überschreiten. Binomische Probleme, Bruchterme, Betrags- und Ungleichungsrechnung, Termumformung an Quotienten bleiben bis in die Sekundarstufe II hinein schwierig.
Für den Unterricht bedeutet das, dass es - im Sinne einer Entzerrung - zunächst darum geht, Grundvorstellungen zu den Aspekten des Variablenkonzepts zu entwickeln. Das soll über grundlegende Verfahren geschehen.

Der Variablenbegriff soll langfristig entwickelt werden. Auf der Jahrgangsstufe 5/6 stehen der Gegenstands- und Einsetzaspekt im Vordergrund.
Formale Algebra wie Nullstellenbestimmung oder Äquivalenzumformungen bei Gleichungen und Ungleichungen blendet den Gegenstandsbezug weitgehend aus und erlaubt nur eine formale Interaktion ohne Gegenstandsbezug. Das Arbeiten in diesem als „Rand“ bezeichneten Bereich setzt voraus, dass der „Kern“ - Grundvorstellungen und grundlegende Verfahren - stabil ist.
Das bedeutet, dass sich Lernen auch in diesem Bereich nicht linear anordnen lässt, sondern „flächig vernetzt“ mit (bedeutungshaltigem) Kern und (kalkülorientiertem) Rand darstellen lässt. Kern und Rand sind in der folgenden Landkarte zusammengestellt.

Landkarte zur Algebra



5.3 Geometrie

Der Geometrie wird in diesem Lehrplan ein besonderes Gewicht beigemessen. Schon aufgrund der lebenspraktischen Bedeutung räumlich-visueller Fähigkeiten muss die Entwicklung räumlicher Vorstellungen ein vorrangiges Ziel des Geometrieunterrichts sein. Die Erkundung geometrischer, dabei vor allem auch räumlicher Zusammenhänge wird daher nicht an eine fachsystematische Hierarchie angepasst, sondern es wird versucht, eher von der Bedeutung auszugehen, die der Entwicklung der Raumvorstellung und räumlichen Orientierung auch im Rahmen der allgemeinen Intelligenzentwicklung zukommt. Dabei kommt es darauf an, dass geometrische Aktivitäten im eigentlichen Sinne, wie Bewegungen, Gestaltungstätigkeiten und visuell gesteuerte Handlungen (Peilen usw.) im Mittelpunkt des Unterrichts stehen. Insbesondere ist es erforderlich, dass geometrische Aktivitäten sich nicht auf zweidimensionale Zusammenhänge wie z.B. auf Zeichnungen beschränken. Ferner dürfen diese geometrischen Aktivitäten nicht als kurze Episode auf dem Weg zu Berechnungsproblemen verstanden werden, sondern müssen kontinuierlicher Bestandteil der Arbeit im Geometrieunterricht sein.
Räumlich-geometrische Aktivitäten in den Mittelpunkt des Geometrieunterrichts zu rücken, erscheint um so wichtiger, als nicht mehr davon ausgegangen werden kann, dass alle Schülerinnen und Schüler über ein sicheres Fundament von Erfahrungen mit räumlich-geometrischen Begriffsbildungen verfügen. Ohne diese Vorerfahrungen aber stehen systematische Gestaltungs- und Konstruktionsaufgaben, das Herstellen von Verbindungen zur Algebra z.B. in der Entwicklung und der Verwendung von Formeln für geometrische Berechnungsaufgaben, die geometrische Deutung funktionaler Zusammenhänge sowie das Argumentieren, Begründen oder gar Beweisen von geometrischen Sätzen auf keiner sicheren Grundlage.

Der Mathematikunterricht soll daher dazu beitragen, dass anknüpfend an räumlich-geometrische Vorerfahrungen aus der Grundschule

- räumliche Vorstellungen durch konkrete Erfahrungen erweitert und entfaltet werden können,
- dabei geometrische Begriffsbildungen weiter entwickelt und präzisiert und
- geometrische Zusammenhänge als relevant für die Strukturierung und Lösung anwendungsorientierter Probleme erfahren werden.

Dabei wird der Geometrieunterricht wesentlich von drei Aspekten geprägt:

- Geometrieunterricht umfasst darstellende und konstruktive Aktivitäten. Hier gilt es, Eigenschaften geometrischer Aspekte zu erfassen und umzusetzen.
- Geometrieunterricht umfasst Aktivitäten, die von Bewegung oder Veränderung geometrischer Objekte geprägt sind. Hier stehen vor allem Beziehungen zwischen Objekten bzw. Zusammenhänge von Eigenschaften im Vordergrund.

- Geometrieunterricht umfasst auch Aktivitäten, die sich auf das quantitative Erfassen und Vergleichen geometrischer Objekte beziehen. Dies bereitet die Entwicklung von Verfahren zur Berechnung (z.B. von Flächen und Rauminhalten) vor.

Für den Zugang über Veranschaulichungen können dynamische Aspekte unter Einbeziehung von technischen Hilfsmitteln dabei an Bedeutung gewinnen.
Die Einübung in das Argumentieren aus Veranschaulichungen heraus soll zu einem verständnisorientierten Aufbau von theoretischem Wissen führen. Dieses enthält auch Beweise von Zusammenhängen.

5.4 Stochastik

Der Umgang mit Zufall, Wahrscheinlichkeiten und Hypothesen einerseits und mit Daten andererseits ist aus dem heutigen Alltags- und Berufsleben nicht mehr fortzudenken. Daher können die Themen aus diesem Bereich nicht mehr eine Randstellung im Mathematikunterricht einnehmen, sondern müssen gleichberechtigt aufgegriffen werden.
Auf Grund der starken Verknüpfungen zu den anderen Bereichen des Mathematikunterrichts ergibt sich aus der genannten Forderung nicht zwingend eine größere Stofffülle. Gerade durch die Verknüpfungen mit dem Rechnen mit Zahlen, mit dem Entwickeln von Maßen, mit dem Umgang mit Formeln, Termen und Funktionen und nicht zuletzt mit den geometrischen Darstellungen ergibt sich durch die Einbeziehung der Stochastik eine Einbettung der anderen Bereiche in einen neuen Sinnkontext. Diese Verknüpfungen können somit zum Entwickeln und Erweitern von Grundvorstellungen der genannten Bereiche oder auch zum produktiven Üben und Anwenden in realitätsnahen Situationen genutzt werden. Die Zusammenarbeit mit anderen Unterrichtsfächern, der Realitätsbezug, der spielerische Umgang, das Experimentieren und Explorieren bieten zudem gute Möglichkeiten, ansprechende Lernsituationen und Lernformen umzusetzen.
Der Einsatz von Computern in diesem Zusammenhang ist geradezu unvermeidlich, wenn man realitätsnahe Probleme und Daten verwendet.
Durch die starke Verknüpfung mit den anderen Bereichen sind allerdings auch die Lernaspekte dazu zu beachten. Eine frühe Formalisierung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes ist nicht angebracht, solange sich in den algebraischen Bereichen keine stabilen Kerne gebildet haben. Beim Umgang mit Daten sollte zunächst ein stabiler Kern über Darstellen, Explorieren und Interpretieren entstehen, bevor der Übergang zum formalen Messkalkül geschieht.
Aber auch das stochastische Denken hat seine eigenen Lernaspekte. So haben Kinder in jungen Jahren schon Strategien, Unbekanntes vorauszusagen. Sie haben in der Regel bis zur Klasse 7 dezidierte Vorstellungen zu Elementereignissen, endlichen Ergebnisräumen und einfachen Quantifizierungen von Wahrscheinlichkeiten. Der sichere Umgang mit unabhängigen Ereignissen oder gar bedingten Wahrscheinlichkeiten entwickelt sich allerdings frühestens im Alter von 12 bis 15 Jahren.

Der subjektive Wahrscheinlichkeitsbegriff, der auf individuellen Erfahrungen basiert, wird grundsätzlich zu beachten sein. Im Rahmen der angestrebten Unterrichtskultur ist er nicht als Fehlerquelle im negativen Sinne aufzufassen, sondern konstruktiv in die Entwicklung angemessener Grundvorstellungen zur Wahrscheinlichkeit einzubinden.

6 Übersicht über die Tableaus

6.1 Zum Aufbau der Tableaus - Legende

<table>
<tr><td>Stufe</td><td colspan="3">Roter Faden - Thema
Der rote Faden (vgl. 2.3.1) gibt den Strang der vertikalen Strukturierung an, in den das Thema des Unterrichts eingeordnet wird. Es geht nicht um eine fachsystematische Hierarchisierung, sondern um eine Orientierung an dem Prozess der Begriffsentwicklung bei den Lernenden.</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Anforderungen/Inhalte:</u>
Hier werden die verpflichtenden Elemente des Mathematikunterrichts angegeben. Einerseits sind hier Fachinhalte abzulesen (die z.B. gemäß KMK-Standards behandelt werden müssen), andererseits auch verpflichtende Elemente einer veränderten Unterrichtskultur.
Zugleich werden hier Aspekte der Vernetzung von Inhalten, Einbettung in (Sach-)Kontexte sowie die Anbindung an allgemeinbildende Ziele des Mathematikunterrichts erkennbar.</td></tr>
<tr><th>Handlungsorientierung</th><th>numerisch betontes Bündel</th><th>variablenbetontes Bündel</th><th>gestaltbetontes Bündel</th></tr>
<tr><td>Hier wird auf Möglichkeiten zu konkretem Handeln hingewiesen, das die eigentätige Auseinandersetzung und aktive Aneignung der Unterrichtsgegenstände ermöglichen soll. Dieser Aspekt soll durchgängiges Prinzip sein, spezifische Lernerfahrungen eröffnen und nicht auf „Einstiegsaktivitäten“ reduziert bleiben.</td><td colspan="3">Die Bündel enthalten beispielhaft Hinweise auf unterschiedliche Interaktionsformen und Dimensionen des mathematischen Lernprozesses. Dabei wird davon ausgegangen, dass der Kern des Mathematikunterrichts jeweils mit unterschiedlichen Schwerpunkten im wesentlichen durch die angegebenen drei Bereiche von Auseinandersetzungen geprägt wird. Diese „Bündel“ repräsentieren oft zugleich unterschiedliche Zugangsmöglichkeiten und Sichtweisen, denen jeweils ihre eigene Wertschätzung zukommen muss. Daher werden hier stichwortartig Hinweise gegeben, durch welche Inhalte oder Aktivitäten die jeweilige Ebene in den Vordergrund rückt. Eine systematische Trennung oder gar Abgrenzung der Zuordnung kann nicht gewollt sein, da der Lernprozess sich nicht isoliert in dem einen oder anderen Bereich abspielt. Daher treten hier auch Überschneidungen auf, sowohl mit der Benennung von Inhalten und Gegenständen des Unterrichts, als auch mit der Erwähnung von konkreten Tätigkeiten oder Lernsituationen, die den jeweiligen Aspekt in den Vordergrund rücken.</td></tr>
</table>

Unterrichtssituationen:

Exemplarisch werden Hinweise zur angestrebten Unterrichtskultur gegeben. Insbesondere wird auf reichhaltige Lernsituationen hingewiesen.
In der Regel wird eine Situation oder ein Kontext skizziert. Daneben werden eventuell alternative Lernwege, spielerische Zugänge, weitere Beispiele für Lebensweltbezüge usw. angesprochen.
Die vorgestellten Beispiele sind als Anregung zur Entwicklung eigener Unterrichtssituationen zu verstehen.

Anmerkungen/Erläuterungen:

Es werden Hinweise gegeben, die teilweise über die bis hierher erfolgte systematische Zuordnung hinausgehen oder aber diese ergänzen. Hier sind differenziertere Bezüge zu roten Fäden und ihre Vernetzung ebenso zu finden wie Hinweise auf spezielle Probleme und offene Fragen, zum Umgang mit Vielfalt und Heterogenität (Differenzierung), Hinweise auf neuere Entwicklungen, Tendenzen, Handhabung der Anregungen usw.

6.2 Tableaus

6.2.1 Stufe 5/6

Stufe 5/6	Denken in Zahlen - Umgehen mit großen und kleinen Zahlen -

<u>Anforderungen/Inhalte:</u>

- Sicherheit im Schätzen, Überschlagen, Rechnen und Runden für den alltäglichen Umgang mit Zahlen bekommen
- negative Zahlen aus Sachkontexten erarbeiten
- negative Zahlen in Anwendungsbezügen addieren und subtrahieren
- dezimale Schreibweisen unter Rückgriff auf die natürlichen Zahlen deuten, mit ihnen umgehen und mit dezimalen Zahlen und Größen rechnen
- schriftliche Rechenverfahren auf natürlichen Zahlen und Dezimalzahlen anwenden
- anschaulich und konkret mit Brüchen umgehen und dabei Vorstellungen zu den unterschiedlichen Bruchaspekten entwickeln
- Brüche vergleichen und ordnen
- Brüche in unterschiedlichen Sinnkontexten deuten und mit ihnen umgehen
- Bruchzahlen realitätsgebunden, kontextbezogen und konkret addieren und subtrahieren

Handlungs-orientierung	numerisch betontes Bündel	variablenbetontes Bündel	gestaltbetontes Bündel
große Menschenansammlungen schätzen Thermometer herstellen Bruchteile herstellen Muster in Ketten und Parkettierungen untersuchen Brüche an der Wäscheleine Pizzamodelle teilen Saftmischungen schmecken Glücksräder	quantifizieren zählen teilen schätzen überschlagen runden ordnen Klassen bilden vergleichen messen Rechenvorteile nutzen	Zahlenrätsel mit Platzhalter formulieren Wortgleichungen verwenden Rechengesetze formulieren	Skalen Zahlenstrahl und Zahlengerade geometrische Darstellung von Brüchen figurierte Zahlen Stellenwerttafel Figuren im Koordinatensystem

Unterrichtssituationen:

- **Wir schreiben ein Zahlenbuch**
  Eigene Bilder oder Gedanken zu positiven und negativen Zahlen wie Lieblingszahlen, Zahlen in Märchen und Legenden aufschreiben; mit Strichlisten, Geheimschriften, ägyptischen Hieroglyphen und mit den Schnurdarstellungen von Zahlen der Inkas umgehen, die römischen oder Dualzahlen mit unserem Zahlensystem vergleichen; Zauberquadrate beschreiben, erfinden und berechnen. Diese Vorschläge eignen sich besonders für themendifferente, individuelle Ausarbeitungen zu verschiedenen Schwerpunkten.
- **Große Länder und viele Menschen**
  Große Städte, lange Flüsse, hohe Berge, Bevölkerungszahlen in anderen Ländern und Kontinenten quantitativ erfassen und vergleichen; Stabdiagramme und andere Darstellungsformen erstellen und auf Genauigkeit, Schätzungen und Rundungen hin untersuchen. Hier bieten sich Lernstationen und die Zusammenarbeit mit dem Fachbereich Gesellschaftslehre an.
- **Brüche im täglichen Leben**
  In der Pizzeria - gerechtes Teilen: mehrere Kinder teilen sich Pizzas; Bruchteile bestimmen und Verhältnisse aufstellen; Brüche an der Wäscheleine: Brüche auf dem Zahlenstrahl anordnen; unterschiedlich geschriebene Brüche vergleichen; Bruchdarstellungen verfeinern und vergröbern als Vorstufe des Erweiterns und Kürzens; Brüche und Gewinnchancen: mit Zufällen, Chancen und Wahrscheinlichkeiten umgehen, Glücksräder bauen.
  Die Einführung der Brüche sollte im Stationenlernen erfolgen.

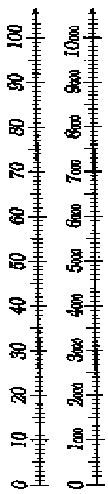
Anmerkungen/Erläuterungen:

In der Eingangsphase des 5. Jahrgangs muss der unterschiedliche Leistungsstand der Kinder, ihr Zahlenverständnis, ihre Sicherheit im Umgang mit Zahlen, mit Größen und mit Rechenverfahren erfasst werden, um Schülerinnen und Schüler zu fördern und ihre Stärken zu nutzen.
Der rote Faden führt die Betrachtung der Zahlbereiche der Primarstufe fort und systematisiert sie. Durch Abstufungen in der Komplexität der Zahlen entstehen unterschiedliche Arbeitsmöglichkeiten und Handlungszugänge für Schülerinnen und Schüler. In Klasse 5 werden im Rahmen dieses Themenkomplexes Grundrechenarten wiederholt. Die Division wird auf zweistellige Divisoren erweitert. Die Vorteile des algorithmischen Rechnens bei schriftlichen Rechenverfahren sollten Schülerinnen und Schülern deutlich werden. Dabei ist die Festlegung auf ein normiertes Verfahren nicht notwendig. Mathe-Rallyes, Mathe-Olympiaden und selbstgeschriebene Karteien mit Textaufgaben sind Möglichkeiten, um andere Übungsformen zu ermöglichen. Beim Bruchrechnen sollen vordringlich Grundvorstellungen und grundlegende Verfahren gefördert werden. Dabei ist auf die verschiedenen Bruchaspekte – Größenaspekt, Anteilaspekt, Verhältnisaspekt, Operatoraspekt, Zahlaspekt – einzugehen. Besonders sei auf das Kapitel 5.1 Bruchrechnen hingewiesen.
Glücksräder stellen einen Bezug zum „Stochastischen Denken“, Größen mit negativen Vorzeichen den Bezug zum „Denken in Maßen und Größen“ und dezimale Faktoren den Bezug zum „Denken in Funktionen und Wechselwirkungen“ her.

Stufe 5/6	**Denken in Maßen und Größen** **- Messen -**

<u>Anforderungen/Inhalte:</u>

- historische und aktuelle Messverfahren exemplarisch kennen lernen und situationsgerecht anwenden
- Größen mit normierten und / oder selbst gewählten Einheiten messen, schätzen und vergleichen
- Messgrößen umwandeln und mit ihnen rechnen
- Formeln zur Längen-, Flächen- und Volumenmessung von rechtwinkligen Körpern entwickeln und anwenden
- zeichnerischer und rechnerischer Umgang mit dem Maßstab
- Auswirkungen von Messungenauigkeiten untersuchen und bewerten
- Winkel schätzen, messen und darstellen
- Abstände definieren und messen
- Maßeinheiten für Währungen, Längen, Gewichte, Flächenmaße, Volumenmaße und Zeiten umrechnen und in Sinnkontexten benutzen

Handlungs orientierung	**Numerisch betontes Bündel**	**variablenbetontes Bündel**	**gestaltbetontes Bündel**
mit Körpermaßen messen Entfernungen durch Abfahren, Abschreiten und mit Abrollgeräten bestimmen Entfernungen aus Stadtplänen oder Landkarten ablesen und Schatzkarten erstellen Fahrzeiten durch Schätzen und Messen ermitteln Flächeninhalte und Volumen schätzen und messen Storchenschnabel als Vergrößerungs- und Verkleinerungsgerät nutzen	Schätzen und runden von Größen mit Größen und Maßstäben rechnen Flächen- und Rauminhalte durch Auszählen ermitteln Größen tabellieren	Wort- und Variablengleichungen für Umfang, Fläche und Volumen von rechtwinkligen Flächen und Körpern aufstellen und rechnerisch nutzen Gesetzmäßigkeiten bei Winkelmessungen formulieren	Stellenwerttafel Umgang mit Karten und Plänen Skalen Doppelskalen m  cm

Unterrichtssituationen:

- **Historische Maße neu entdecken**
  Erkunden, mit welchen Maßen vor der Einführung des Meters in Deutschland Längen gemessen wurden; das Messen mit Körpermaßen an geeigneten Gegenständen nachvollziehen, dazu Körpermaß-Umrisse malen und ausschneiden; vor dem Messen die Messergebnisse schätzen und danach sinnvoll runden; in dem jeweiligen Maßsystem, aber auch zwischen Maßsystemen umrechnen; Vor- und Nachteile der jeweiligen Systeme bewerten. Die Unterrichtssituation bietet sich für ein projektorientiertes Vorgehen an.
- **Flächenmessgeräte**
  Das Meterquadrat oder ein Messgerät mit einer selbst „erfundenen“ Einheit in Gruppen herstellen und damit eine Fläche ausmessen; vor dem Messen schätzen, anschließend sinnvoll runden, im normierten und erfundenen Maßsystem Umrechnungen durchführen.
- **Jagd um den Globus**
  Handlungsidee: Detektiv versucht einen Verbrecher auf der Flucht um den Globus zu stellen. Bus-, Bahn-, Schiff- und Flugpläne lesen; unterschiedliche Zeitzonen berücksichtigen; oben genannte Pläne zur Bestimmung von Zeitspannen und Zeitpunkten benutzen. Arbeitsprozesse können in Tagebüchern für Detektiv und / oder Verbrecher dokumentiert werden.

Anmerkungen/Erläuterungen:

Schwerpunktmäßig sollten in diesen Jahrgangsstufen Währungen, Längen-, Flächen-, Volumen-, Gewichts-, Zeit- und Winkelmaße behandelt werden. Das Messen und Zeichnen von Winkeln, die Deutung des Winkels als Richtungsorientierung, als Maß einer Flächen- und Körperecke bedarf einer gründlichen Einführung und einer aspektreichen Behandlung. Winkel sollen qualitativ abgeschätzt und quantitativ gemessen werden. Inhaltliche Bezüge zum „Denken in räumlichen Strukturen“ sind zu nutzen.

Lernen außerhalb des Klassenzimmers bieten sich für eine Vermittlung dieser Unterrichtsinhalte an. Dabei kann arbeitsteilig und mit unterschiedlichen Aktivitäten die Unterrichtssituation differenziert gestaltet werden.

Beim Verwandeln von Größen, beim Umgang mit Größentabellen ergeben sich Bezüge zum „Denken in Zahlen“.

Stufe 5/6	**Denken in räumlichen Strukturen** **- Von Körpern zu Flächen -**

Anforderungen/Inhalte:

- Würfel, Quader herstellen; Körper aus Würfeln und Quadern zusammensetzen, zerlegen; dazu Netze entwickeln
- geometrische Eigenschaften von Körpern und Flächen beschreiben, untersuchen und klassifizieren
- einfache perspektivische Zeichnungen von Körpern anfertigen und deuten
- Flächen mit geometrischen Figuren auslegen, Muster durch Drehen, Verschieben, Spiegeln herstellen, Symmetrien erkennen und anwenden
- Eigenschaften von Kreisen untersuchen und zur Konstruktion nutzen
- Winkel zum Beschreiben von Richtungen und Drehungen verwenden
- geometrische Hilfsmittel wie Geodreieck, Zirkel, Schablonen und Kreisschneider gebrauchen

Handlungs-orientierung	**numerisch betontes Bündel**	**variablenbetontes Bündel**	**gestaltbetontes Bündel**
geometrische Körper aus Papier und anderen Materialien bauen geometrische Körper falten Holzwürfel zu Pentominos oder Quadrominos zusammensetzen Kantenmodelle herstellen mit Zirkel, Lineal und Geodreieck Muster entwerfen Objekte im Raum bewegen Streckenzüge gehen Kreis mit Hilfe von Pflock und Schnur herstellen	Anzahl von Ecken Kanten und Flächen bestimmen und in Beziehung setzen Winkelgrößen angeben Weglängen in Kantenmodellen bestimmen	Variablen als Abkürzungen für bestimmte Bezeichnungen - Seiten, Punkte, Winkel - verwenden Begriffe wie parallel, senkrecht, rechtwinklig, regelmäßig und symmetrisch in Worten beschreiben	Netze einfache perspektivische Zeichnungen Symmetrien bei Flächen und Räumen Kreis- und Bandmuster Winkelscheibe

Unterrichtssituationen:

- **Bauen mit Würfeln, Quadern**

  Zusammensetzen von „Figuren“ aus Quadern, wenn möglich so groß, dass sie für die Schülerinnen und Schüler begehbar werden. Eine Stadt bauen: Spiellageplan mit bestimmten Gebäuden belegen. In dieser Stadt einen Standort einnehmen und die Perspektiven festhalten.

  Entwerfen der Bausteine für einen Somawürfel oder ähnlich zusammengesetzte Körper wie Herzberger Quader. Zusammensetzen dieser Bausteine zu einer größeren Einheit. Oberflächen durch farbige Markierungen bestimmen. Lagebestimmung verschiedener Bausteine durch diese Markierungen. Figuren der unterschiedlichsten Zusammensetzung aufbauen und Pläne entwickeln. Eine passende Notation vereinbaren. Einen Behälter aus Papier für den Würfel entwickeln und gestalten. Für diese Unterrichtssituation ist die Zusammenarbeit mit AWT wünschenswert.
- **Schatzsuche**

  Bestimmte Räume und Verstecke mit Hilfe von Beschreibungen aufsuchen, die Winkel und den Drehsinn dieser Winkel enthalten. Bestimmen der Himmelsrichtung mit Hilfe der Uhr. Den Weg mit Schatzkarten dokumentieren, die Karten durch andere Schülerinnen und Schüler überprüfen lassen. Die Schatzsuche eignet sich gut für eine Gruppenarbeit.
- **Symmetrie? Symmetrie!**

  Bandornamente durch verschiedene Symmetriearten erstellen; die Strukturen der unterschiedlichen Ornamente alter Keramikgefäßen feststellen; Translations-, Spiegel- und Drehsymmetrien bei Stoffdrucken, Tapetenmustern und anderen Flächenornamenten - Ausgestaltung von Moscheen - herausfinden. Dabei sind die Konstruktionsprinzipien von Ornamenten zu erkennen und für eigene Ideen zu nutzen. Diese Arbeiten können mit der Unterstützung des Fachbereiches Kunst in einer Ausstellung präsentiert werden.

  Symmetrien in der Natur findet man u.a. bei Kristallen und in der Pflanzenwelt.

Anmerkungen/Erläuterungen:

Für die Entwicklung von Raumvorstellungen ist die Jahrgangsstufe 5/6 entwicklungspsychologisch eine entscheidende Phase. Unterrichtssituationen sind so anzulegen, dass alle drei Teilaspekte der Raumvorstellung - räumliches Orientieren, räumliches Vorstellen und räumliches Denken – entwickelt werden können. Oberstes Unterrichtsprinzip sollte dabei sein, dass die Schülerinnen und Schüler immer wieder mit den geometrischen Objekten konkret handelnd umgehen. Dabei ist die Variation der Darstellungsebenen eine wichtige binnendifferenzierende Maßnahme.

Auch bei der visuellen Wahrnehmung ist die Lernausgangslage der Schülerinnen und Schüler genau zu beobachten. Es sind geeignete Fördermaßnahmen inner- und außerschulisch anzubieten.

Winkelmessen stellt den Bezug zu „Denken in Maßen und Größen“ her. „Denken in Funktionen und Wechselwirkungen“ besitzt enge Bezüge zu Anzahluntersuchungen an Würfelgebäuden durch z.B. Verdopplung der Seitenlängen.

Stufe 5/6	Denken in Funktionen und Wechselwirkungen - Daten und Veränderungen -

Anforderungen/Inhalte:

Verfahren im Umgang mit Daten kennen lernen und anwenden: Daten zuordnen und tabellieren, Zusammenhänge und Veränderungen von Daten visualisieren und interpretieren, „Produktionsvorschriften“ für Datenzusammenhänge erstellen, Wechselwirkungen zwischen Daten beschreiben

- Zusammenhänge und Veränderungen qualitativ erfassen und beschreiben
- Koordinatensystem kennen und benutzen
- Gegenstände und Objekte als Variablen erfassen und in Beziehung setzen

Variablen als Platzhalter für Zahlen und Größen verwenden

Handlungs-orientierung	numerisch betontes Bündel	variablenbetontes Bündel	gestaltbetontes Bündel
Daten erheben Geschichten schreiben zu Schaubildern und Zahlenrätseln eine „Funktionsmaschine“ bauen	Urlisten aufbereiten und Tabellen erstellen Änderungen berechnen Zahlenfolgen fortsetzen	Rechenwege in Worten beschreiben und verallgemeinern mit Formeln durch Einsetzen experimentieren Formeln aufstellen und interpretieren	qualitativ deuten: Körpergröße → Alter Körpergröße → Gewicht Streudiagramm Balken- und Säulendiagramm Liniendiagramm horizontale und vertikale Tabellen figurierte Zahlen

Unterrichtssituationen:

- **Schulweg**

  Ein Weg-Zeit-Diagramm des Schulweges erstellen; ermitteln, in welcher Zeit einzelne Streckenabschnitte zurückgelegt werden; Schaubilder austauschen und unter folgenden Fragestellungen bearbeiten: „Wie lang sind die Streckenabschnitte? - Wie viel Zeit wird für die Streckenabschnitte benötigt? - Wie verändert sich die Geschwindigkeit?“

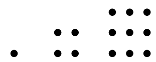
  Bietet sich als Teil eines Projekts „Wir lernen uns kennen“ in der Eingangsphase an.

- **Ich rechne aus, was du nicht weißt**

  Partnerweise eine Funktionsmaschine (z.B. Pappwand mit Ein- und Ausgabeschlitz) erstellen; Zahlen werden durch den Eingabeschlitz gegeben, nach einem ausgedachten Funktionsterm verändert und durch den Ausgabeschlitz zurückgeschickt; der Funktionsterm wird bestimmt.

- **Figurierte Zahlen**

  Ein Muster der Quadratzahlen erstellen und das dazugehörige Bildungsgesetz finden: $n^2 = 1+3+5+...+(2n–1)$; in gleicher Weise Dreicks- und Fünfeckszahlen sowie dreidimensionale Anordnungen untersuchen

Anmerkungen / Erläuterungen:

Die Daten müssen aus der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler entnommen werden. Datenerhebung und -auswertung stellen den Bezug zum „Stochastischen Denken“ her.
Bevor der PC zur Visualisierung von Daten eingesetzt wird, sollte auf die eigene Erstellung von Diagrammen besonderer Wert gelegt werden.
Unter dem Gesichtspunkt der langfristigen Entwicklung des Variablenbegriffs stehen auf dieser Jahrgangsstufe der Gegenstands- und Einsetzaspekt im Vordergrund.
Experimentelle, qualitative und quantitative Zugänge bieten Raum für Aufgaben auf unterschiedlichen Anspruchsniveaus. Experimentelles Arbeiten ist eine notwendige Voraussetzung für die Entwicklung von Begriffen in diesem Bereich.
Der Umgang mit rationalen Zahlen ist bezogen auf das „Denken in Zahlen“.

Stufe 5/6	**Stochastisches Denken** **- Umgehen mit Daten und „gerechte Spiele“ -**

Anforderungen/Inhalte:

Daten aus dem eigenen Umfeld erheben, in Urlisten erfassen, Klassen bilden, darstellen und interpretieren

Daten zum Vergleich situationsangemessen weiterverarbeiten: Skalen wie z.B. Ranglisten erstellen, absolute und relative Häufigkeiten berechnen, angemessene Mittelwerte bestimmen, Spannweite als Streumaß benutzen

Prognosen bei Spielen aufstellen, „gerechte“ Spiele untersuchen und dabei Überprüfungsmöglichkeiten entwickeln

Handlungsorientierung	numerisch betontes Bündel	variablenbetontes Bündel	gestaltbetontes Bündel
Umfrage bzw. Datenerhebung durchführen Glücksspiele entwickeln und durchführen „Würfel“ oder andere Zufallsgeräte bauen Säulendiagramme mit Bausteinen aufbauen	absolute und relative Häufigkeiten, Mittelwerte und Spannweiten berechnen, deuten und vergleichen	Wortformeln für Spannweite, relative Häufigkeit und arithmetisches Mittel aufstellen und benutzen	Strichlisten Kreisdiagramme Balkendiagramme Blockdiagramme Piktogramme 3-D-Säulendiagramme

Unterrichtssituationen:

- **Wir lernen uns kennen**

  Schulweglängen, Wegezeiten erfassen, in einem Stadtplan markieren, Durchschnittsalter und Durchschnittsgröße von Klassen vergleichen, Geburtstagstermine, Hobbys, Geschwisterzahl, Lieblingsfarbe usw. erfassen und eine sachgemäße Darstellung der Daten entwickeln und im Klassenraum dokumentieren. Hierfür eignet sich besonders das Projekt als Unterrichtsform.

- **Qualitätsuntersuchung regionaler Gewässer**

  Wasserqualität anhand der Anzahl von Kleinstlebewesen untersuchen, Stichproben entnehmen, unter dem Mikroskop auszählen, mehrere Stichprobenergebnisse (Mittel, Streuung usw.) zusammenfassen, mit offiziellen Werten vergleichen und die Ergebnisse sachgemäß darstellen. Dazu bietet sich eine Zusammenarbeit mit Naturwissenschaften an.

- **Gerechte Spiele**

  Mit ungleichmäßig geformten Körpern („GOGOs“ oder anderen Spielfiguren) würfeln, die Körper auf ihre Gewinnchancen hin untersuchen, Versuchsreihen erstellen und mit anderen regelmäßig „geformten Würfeln“ wie Würfel, Quader, Ikosaeder usw. vergleichen.

Anmerkungen/Erläuterungen:

Es sollte bewusst sein, dass zu Beginn dieser Klassenstufe in der Regel keine mathematischen Vorkenntnisse in Bezug auf das Umgehen mit Daten vorhanden sind.

Die Inhalte dieses roten Fadens haben starke Verknüpfungen zu allen anderen roten Fäden dieser Jahrgangsstufe (z.B. über die relative Häufigkeit zum Bruchbegriff) und auch zu anderen Fächern. Daher ist eine losgelöste Behandlung der stochastischen Inhalte nicht sinnvoll. So sollen im Sinne einer mathematischen Grundbildung beispielsweise die verschiedenen Skalenniveaus in konkreten und sinngemäßen Anwendungen erfahren und nicht rein formal klassifiziert werden.

Die Mittelwerte sind der Sachsituation angemessen einzuführen, zu benennen und zu bearbeiten; von stark formalisierten Definitionen ist abzusehen. Wortgleichungen können sinnvoller sein.

Auch der Wahrscheinlichkeitsbegriff ist zunächst propädeutisch zu behandeln und auf den subjektiven und empirischen Bereich zu beschränken. Eine formale Definition der Laplace-Wahrscheinlichkeit ist auf dieser Altersstufe nicht angemessen; die Definitionen sollen von den Lernenden formuliert werden.

Für Voraussagen beim Würfeln mit beliebigen Körpern werden deren geometrische Eigenschaften thematisiert.

6.2.2 Stufe 7/8

<table>
<tr><td>Stufe 7/8</td><td colspan="3">Denken in Zahlen
- Rationale Zahlen und Anwendungsbezüge -</td></tr>
<tr><td colspan="4"><u>Anforderungen / Inhalte:</u>
• Schätzen, Runden, Überschlagen und Rechnen mit Zahlen in unterschiedlichen komplexen Zusammenhängen
• Vorstellungen zum Multiplizieren und Dividieren von Bruchzahlen unter Rückgriff auf Anschauung entwickeln
• mit ganzen und rationalen Zahlen rechnen
• Vorstellungen zu Proportionen weiterentwickeln, indem Prozentsätze, -werte und Grundwerte mit Brüchen, Tabellen, Schaubildern, Nomogrammen usw. bestimmt werden
• mit dezimalen Faktoren und Verhältnissen rechnen
• zu verschiedenen Situationen Formeln entwickeln und zur Berechnung nutzen</td></tr>
<tr><td>Handlungsorientierung</td><td>numerisch betontes Bündel</td><td>variablenbetontes Bündel</td><td>gestaltbetontes Bündel</td></tr>
<tr><td>mehrstufige Zufallsversuche durchführen

Auskünfte in Banken und Geschäften einholen

eine Umfrage durchführen, eine Wahl simulieren und auswerten

Skalen herstellen</td><td>Anteile darstellen, vergleichen und durch Hunderstelrechnung normieren

Prozente in Bruch- und dezimaler Schreibweise angeben

Prozentsatz, Prozentwert und Grundwert berechnen

Zusammenhänge mit dem Taschenrechner erkunden</td><td>Buchstaben als Platzhalter für Zahlen benutzen

mit Formeln und Termen durch Einsetzen von Zahlen experimentieren

relative und absolute Bezüge in Tabellenkalkulationen nutzen</td><td>Baumdiagramme und Pfade

Darstellungsformen von Bruch- und Prozentanteilen

Dreisatz in Tabellenform

Prozentleiter

Nomogramme (= Zuordnungsleiter)</td></tr>
</table>

Unterrichtssituationen:

- **Ich habe mein eigenes Konto**
  Saldo, Soll, Haben, Kontogebühren, Zinsen, Kaufen und Verkaufen mit Mehrwertsteueranteil, Aufbau von Rechnungen, Rechnungsstellung, Verschuldung, Ratenzahlung kennen lernen; Bar- und Ratenzahlung bzw. verschiedene Ratenzahlungen vergleichen. Hier bietet sich die Nutzung der Tabellenkalkulation an. Das Thema kann auch als Langzeitaufgabe mit eigenen Erkundungen umgesetzt werden.
- **Mathematik aus der Zeitung**
  Ausgehend von aktuellen Zeitungsartikeln zu einem konkreten Thema z.B. Ernährung, Kriminalität, Sitzenbleiben sollen Fragestellungen entwickelt werden. Mit Hilfe der Prozentrechnung und des Dreisatzes werden die Aussagen und Grafiken der Zeitungen überprüft und bearbeitet. Hier bietet sich themendifferentes Arbeiten in Gruppen zu verschiedenen Schwerpunkten an.
- **Wahlen**
  Eine fiktive Wahl kann im Jahrgang oder in einer anderen Bezugsgruppe durchgeführt werden. Nach der Durchführung der Wahl wird die Auswertung mit unterschiedlichen Wahlverfahren zum Teil zu unterschiedlichen Sitzverteilungen führen. Auch aktuelle Bezüge zu Kreis- , Landtags- und Bundestagswahlen sollten genutzt werden.

Anmerkungen/Erläuterungen:

Die bis zu diesem Jahrgang entwickelte Zahlvorstellung wird mit der Erweiterung der Rechenoperationen von Brüchen und negativen Zahlen um die Multiplikation und Division fortgesetzt.

Bei der Division von Brüchen stößt man notwendigerweise auf den Kehrbruch. Dieser lässt sich nicht in vertrauten Zusammenhängen darstellen. Die Multiplikation und Division von negativen Zahlen lässt sich ebenfalls nicht schlüssig aus Sinnkontexten herleiten. Hier kann nur innermathematisch argumentiert werden. Die Rechenoperationen Addition und Subtraktion sind in einem Buchungsmodell erklärbar.
In der Prozent- und Zinsrechnung wird durch den flexiblen Einsatz von Bruchanteilen, von Prozentangaben und von dezimalen Darstellungen der Umgang mit den verschiedenen Zahlbereichen geübt. Hinter den unterschiedlichen Darstellungsformen verbergen sich meist auch unterschiedliche Zahlaspekte. Das Arbeiten mit dezimalen Faktoren wird bei den Wachstumsfunktionen bedeutsam. Die Variation der Darstellungsebene erleichtert unterschiedlichen Lerntypen das Verständnis.
Durch lineares Wachstum entstehen enge Bezüge zu „Denken in Funktionen und Wechselwirkungen“, mehrstufige Zufallsversuche stellen den Zusammenhang zum „Stochastischen Denken“ her. In vielen Unterrichtssituationen ergeben sich Zusammenarbeitsmöglichkeiten mit dem Fach Gesellschaftslehre.
Spätestens in dieser Jahrgangsstufe sollte in die Arbeit mit dem Taschenrechner systematisch eingeführt werden, so dass er zum selbstverständlichen Fach-Werkzeug wird.

Stufe 7/8	Denken in Maßen und Größen - Messen und Normieren-

<u>Anforderungen / Inhalte:</u>

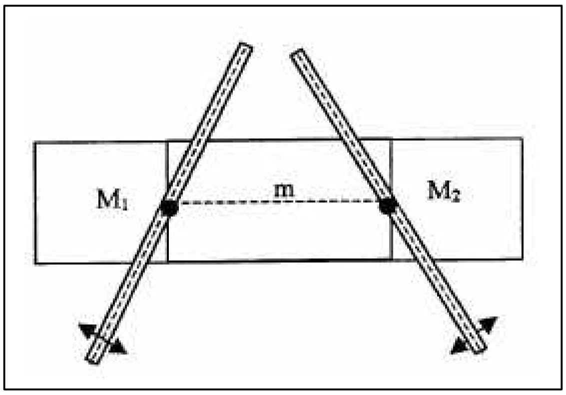
- Flächeninhalte durch Auslegen, Zerlegen und Ergänzen bestimmen
- Flächenmaße benutzen und vergleichen
- Volumina durch Ausfüllen oder Verdrängen bestimmen
- Volumenmaße benutzen und vergleichen und Volumina für Quader und Prismen berechnen.
- Steigungen durch Winkel und Seitenverhältnisse im Steigungsdreieck bestimmen
- Prozente, Mittelwerte, Streumaße, Wahrscheinlichkeiten als Normierung zum Vergleich von Größen benutzen

Handlungs-orientierung	**numerisch betontes Bündel**	**variablenbetontes Bündel**	**gestaltbetontes Bündel**
Flächen und Formen mit unterschiedlichen Materialien darstellen, falten, zerschneiden, zerlegen, ergänzen und umorganisieren Körper, die von ebenen Flächen begrenzt sind, unterschiedlichen Materialien bauen, Volumen bestimmen Steigungsprofile bauen und mit ihnen Steigungswinkel messen ein Variotrapez bauen	Flächeninhalte und Volumen schätzen Flächen- und Volumenmaße umrechnen Flächen und Volumina berechnen mit Prozentangaben Berechnungen durchführen Mittelwerte, Streumaße, Wahrscheinlichkeiten berechnen	Flächen- und Volumenberechnungsformeln entwickeln, beschreiben und interpretieren Formeln für zusammengesetzte Größen entwickeln Variablen in Formeln benutzen, Formeln umformen und nach gesuchten Größen auflösen	Haus der Vierecke Flächentypen Hilfslinien und Ergänzungslinien in Figuren Steigungsdreiecke Profile topografische Darstellungen

Unterrichtssituationen:

- **Arbeit mit dem Variotrapez**

  Variotrapez bauen, mit Hilfe des Variotrapezes ein Rechteck in flächengleiche Figuren (Dreieck, Parallelogramm, Trapez) umwandeln, entsprechende Flächenformeln herleiten. Es bietet sich eine Kooperation mit dem Fach Arbeit-Wirtschaft-Technik sowie das Tagebuch als individuelle Arbeitsform an.



- **Architektenbüro**

  Ein Zimmer vermessen, einen maßstabsgetreuen Grundriss erstellen und Möbel maßstabsgerecht einzeichnen, mit anderen Zimmergrundrissen vergleichen, Flächeninhalte der Zimmer rechnerisch bestimmen, Flächenberechnungsverfahren auf andere Flächenformen ausweiten, als Architektenteam einen idealen Zimmergrundriss entwerfen und im Rahmen einer Ausschreibung präsentieren

- **Tour de Harz**

  Eventuell im Rahmen der Vorbereitung einer Klassenfahrt in die Berge eine Fahrrad- oder Skitour planen, mit Hilfe von geeignetem Kartenmaterial neben der üblichen Streckenführung ein maßstabsgerechtes Steigungsprofil-Modell der Strecke bauen, Karten und Kompass zur Orientierung im Gelände nutzen , gruppenweise alternative Touren entwickeln

Anmerkungen/Erläuterungen:

„Denken in Maßen und Größen“ besitzt in der Jahrgangsstufe 7/8 enge Bezüge zum „Räumlichen Strukturieren“. Es ist sinnvoll, die Konstruktion von Dreiecken und Vielecken mit der Flächenberechnung zu verknüpfen. Bei der Herleitung der Volumenberechnung wird man die zu berechnenden Körper teilweise bauen müssen. Körpernetze führen wieder zu der Frage nach der Körperoberfläche. Die hier gewählte Form der inhaltlichen Darstellungsweise darf nicht zu einer Aufspaltung mathematisch verknüpfter Inhalte führen.

Bei der Behandlung der Normierungsmaße ist eine inhaltliche Verbindung zum „Denken in Zahlen“ festzustellen. Beim Prozentsatz und Zinssatz ist die Betrachtung als Hundertstelbruch und als dezimaler Faktor anzuregen. Diese Betrachtungsweise ist Grundlage für die spätere Behandlung von Wachstumsprozessen.

Die Laplace-Wahrscheinlichkeit ist ein Maß für das Eintreffen eines Ereignisses.

Stufe 7/8	**Räumliches Strukturieren** **- Strukturen erkunden, klassifizieren und darstellen -**

Anforderungen / Inhalte:

- geometrische Örter in Ebene und Raum erfassen und konstruieren (z.B. Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Mittelparallele, Schwerpunkt usw.)
- ebene Figuren (insbesondere regelmäßige Vielecke) beschreiben, klassifizieren, zeichnen, konstruieren, auslegen, zerlegen und ergänzen
- geometrische Körper (insbesondere platonische Körper, Prismen und Zylinder) erfassen, klassifizieren, herstellen, zerlegen, ergänzen, darstellen und im Raum bewegen
- Körpernetze aufzeichnen, ausschneiden, falzen, zusammenbauen, abwickeln
- Winkel im Raum und Raumwinkel erkennen und bestimmen
- geometrische Muster in Ebene und Raum erkennen, untersuchen u. erzeugen (Kongruenz u. Symmetrie)
- perspektivische Darstellungen wie Parallel- und Zentralperspektive als auch verschiedene Ansichten von dreidimensionalen Körpern lesen und anfertigen

Handlungs-orientierung	**numerisch betontes Bündel**	**variablenbetontes Bündel**	**gestaltbetontes Bündel**
Parkette mit selbsterzeugten Formen herstellen Körpern aus Stäben, Flächen oder anderen Körpern bauen Modelle unmöglicher Figuren bauen Körper im Raum bewegen, drehen, kippen und abrollen sich entlang geometrischer Örter orientieren und bewegen Flächen falten, zerschneiden oder ergänzen	maßstabsgerecht verkleinern und vergrößern Maßeinheiten umrechnen Innenwinkel bei regelmäßigen Vielecken berechnen Winkelsumme in Vielecken berechnen	Seiten, Winkel, Eckpunkte usw. mit Buchstaben kennzeichnen den Eulerschen Polyedersatz mit Worten und Variablen formulieren Formeln zur Berechnung von Innenwinkeln entwickeln Flächeninhalts- und Volumenformeln aufstellen und interpretieren	Muster in Ebene oder Raum unmögliche Figuren geometrische Örter Modelle begreifbarer oder begehbarer Körper Grundrisse Schrägbilder geometrischer Körper Körpernetze Schnittflächen von Körpern

Unterrichtssituationen:

- **Konstruktive geometrische Konzepte in der Kunst**
  Die Darstellung und Wirkung von Dreidimensionalität auf einer zweidimensionalen Fläche untersuchen; geometrisch-optische Täuschungen (räumliche Verfremdungen, optische Täuschungen, unmögliche Figuren, Kippbilder) analysieren, experimentell erforschen, herstellen, zeichnen; geometrische Konzepte und Anwendungen in der Kunst kennen lernen und untersuchen; eine Ausstellung oder Vernissage durchführen.
- **Sherlock Holmes und die Punkte**
  Fragestellungen eigenständig untersuchen wie: „Was heißt Entfernung und Abstand in der Ebene, im Raum, auf der Kugel, in der Taxigeometrie? Wo liegen alle Punkte, die von einem, zwei, drei, vier... Punkten gleichen Abstand haben? Wo liegen alle Punkte, die von einer, zwei, drei, vier... Geraden gleichen Abstand haben? Wo liegen alle Punkte, die von einem Punkt und einer Gerade gleichen Abstand haben?“; eigene Definitionen entwickeln, überprüfen und in Argumentationen verwenden. Dies geschieht bei Betrachtungen in der Ebene, im Raum und zur Erweiterung in besonderen Geometrien wie der Kugel- oder Taxigeometrie. Hier bietet sich die Arbeit mit dem Reisetagebuch an.
- **Geometrische Formen und Abbildungen in unserer Umgebung**
  Gebäude in der Region erkunden: Fassaden, (Kirchen-)Fenster, Ornamente, Grundrisse, Pläne usw. untersuchen, darstellen und erzeugen.

Anmerkungen /Erläuterungen:

Die Fähigkeit zur räumlichen Orientierung spielt im Alltag eine große Rolle; daher sind handlungsorientierte Aktivitäten zur Schulung der räumlichen Orientierung von großer Bedeutung.
Das Forschen und Entdecken mit dynamischer Geometriesoftware, Programmen zur Raumgeometrie oder CAD-Systemen ist hier möglich. Allerdings sind konkrete räumliche Erfahrungen eine wichtige Voraussetzung für den Computereinsatz im Geometrieunterricht. Die Computernutzung kann die zeichnerischen Tätigkeiten nicht ersetzen.
Eine Zusammenarbeit mit dem Fachbereich Kunst und Arbeit-Wirtschaft-Technik ist erstrebenswert.
Definitionen sollten sich durch konkrete Erfahrungen durch Herstellen, Bewegen, Zeichnen oder Messen ergeben. Diese Variation der Darstellungsebenen spielt dabei eine große Rolle.
Verbindungen zum „Denken in Maßen und Größen“ ergeben sich durch Bestimmen von Winkelgrößen, Seitenlängen und Flächeninhalten. Die Herstellung, Nutzung und Umstellung von Formeln bieten eine Vernüpfung mit dem „Denken in Funktionen und Wechselwirkungen“.
Eine Differenzierungsmöglichkeit liegt in der unterschiedlichen Komplexität ebener und räumlicher Strukturen und in der unterschiedlichen Exaktheit in der Argumentation bei Begründungen.

Stufe 7/8	**Denken in Funktionen und Wechselwirkungen** **- Funktionale Zusammenhänge und Umgehen mit Termen in Sinnkontexten -**

Anforderungen/Inhalte:

- in konkreten Situationen funktionale Zusammenhänge untersuchen: Messreihen für reale Vorgänge erstellen und geeignet darstellen, lokale und globale Eigenschaften erkennen und beschreiben
- mit Liniendiagrammen im Koordinatensystem umgehen
- Änderungsraten beschreiben, Steigungs- und Krümmungsverhalten im Kontext deuten
- Definitionsbereiche sinnvoll festlegen und zugehörige Wertebereiche erkennen und beschreiben
- Besonderheiten linearer Funktionen untersuchen wie z.B. Achsenabschnitt, konstante Steigung, Nullstelle grafisch und rechnerisch bestimmen
- Erweiterung des Koordinatensystems auf alle Quadranten
- Terme, Gleichungen und Ungleichungen aus konkreten Situationen entwickeln, umformen und interpretieren

Handlungs-orientierung	**numerisch betontes Bündel**	**variablenbetontes Bündel**	**gestaltbetontes Bündel**
eine Versuchsreihe planen und durchführen Daten für einen Sachzusammenhang ermitteln und zusammenstellen Terme mit Flächen oder Würfeln darstellen	Größen messen Größen in Tabellen darstellen und aus Tabellen interpretieren Zwischenergebnisse schätzen und bewerten Wertetabellen für Funktionen erstellen aus Grafiken Werte ablesen und vergleichen Quotienten- und Produktgleichheit untersuchen Werte in Formeln einsetzen	globale Zusammenhänge zwischen zwei Größen qualitativ und bei linearen Beziehungen auch quantitativ beschreiben „je mehr - desto mehr“-, „je mehr – desto weniger“-Zusammenhänge untersuchen lokale Zusammenhänge wie Änderungsraten beschreiben Situationen mit Formeln beschreiben Formeln deuten Formeln nach einer Variablen auflösen	Liniendiagramme im Koordinatensystem Muster aus Geraden Visualisierung von Flächeninhaltsformeln Visualisierungen von Termen

Unterrichtssituationen:

- **Füllgrafen**
  Die Zuordnung „Zeit“ → „Höhe des Wasserstandes“ beziehungsweise „Höhe“ → „Volumen“ experimentell für verschiedene Gefäße ermitteln und vergleichen. Füllgrafen Gefäßen zuordnen und zu Gefäßen Füllgrafen skizzieren (lineare Funktion als Sonderfall erkennen). Hier eignet sich besonders Stationenlernen.
- **Fahrpläne**
  Grafische Fahrpläne und Fahrpläne mit Abfahrtszeittabellen wie Bahn- und / oder Busfahrplan der Schulwege lesen und an Fallbeispielen einsetzen: zwei Personen fahren von zwei verschiedenen Ausgangspunkten zu einem gemeinsamen Treffpunkt; eigene grafische Pläne erstellen
- **Bausteine und Terme**
  Aus Würfeln (a·a·a) und Quadern (a·a·b) zusammenhängende Körper legen; einen zugehörigen Term für Kantenlängen, Oberflächeninhalt und Volumen angeben; solche Körper auf Grund aufgestellter Terme nachlegen; über Längen-, Flächen- und Volumenvergleiche einen sinnhaften Äquivalenzbegriff von Termen entwickeln. Unter dem Aspekt der Vielfältigkeit der Arbeitsergebnisse ist es günstig, diese Arbeiten im partnerschaftlichen Wechsel durchzuführen.

Anmerkungen/Erläuterungen:

Quantitativen Funktionsbetrachtungen sind qualitative vorzuschalten. Insbesondere sollte dabei auf den dynamischen Aspekt von Funktionen (Änderungsverhalten) eingegangen werden. Das Interpretieren von Grafen, Tabellen und Funktionsgleichungen sollte mindestens die gleiche Bedeutung wie die Erstellung haben. Rechnergestütztes Arbeiten mit Funktionsplottern oder Tabellenkalkulationen bietet sich an.

In dieser Jahrgangsstufe wird der propädeutische Variablenbegriff vertieft. So treten verstärkt Formeln und Termumformungen auf. Bei dieser Vertiefung ist der Sinnhaftigkeit von Termen und deren Umformung besonderes Gewicht beizumessen. Auf sinnentleertes Kalkültrainieren ist zu verzichten. In diesem Sinne sollte auch mit Wortformeln gearbeitet werden. In diesem Sinne sollte der Äqivalenzbegriff sinnhaft verwendet werden, also nicht nur mengentheoretisch, sondern auch z.B. über Gleichheit von Flächeninhalten oder Volumen.

Die Überlegungen zu den anderen roten Fäden sowie zu Dreisatz, Proportion, Flächenformeln sind hier mit funktionalen Aspekten zu ergänzen. Auch sollten einfache nichtlineare Wachstumsbetrachtungen wie z.B. prozentuales Wachstum einbezogen werden.

Bei der Betrachtung von Ungleichungen bieten sich lineare Optimierungsprobleme an. Insbesondere ist aber unter dem Differenzierungsaspekt darauf zu achten, dass alle Schülerinnen und Schüler einen stabilen Kern zu den Begriffen Variable und Funktion entwickeln.

Stufe 7/8	Stochastisches Denken - Explorieren von Daten und Rechnen mit Zufall -

Anforderungen/Inhalte:

- Beim Explorieren größerer Datenmengen Werkzeuge wie Streumaße (Spannweite, Quartilsabstand, durchschnittliche absolute Mittelwertabweichung, Varianz, Standardabweichung), Mittelwerte, Stängel-Blätter-Diagramm, Box-Plot, Histogramm, Kreisdiagramm, Streudiagramm nutzen und auf Angemessenheit überprüfen
- an konkreten Situationen - wie z.B. Spielen - einfache kombinatorische Überlegungen über Zählprinzipien durchführen, Laplace-Wahrscheinlichkeiten bestimmen und Zufallsgrößen nutzen für mehrstufige Zufallsexperimente Baumdiagramme erstellen und zugehörige Wahrscheinlichkeiten über Pfad- und Summenregel berechnen

Handlungs-orientierung	numerisch betontes Bündel	variablenbetontes Bündel	gestaltbetontes Bündel
Umfragen planen und durchführen Zufallsexperimente durchführen statistische Zählungen vornehmen	Urlisten auszählen bei kombinatorischen Problemen Zählprinzipien anwenden Laplace-Wahrscheinlichkeiten berechnen	für Streumaße, Mittelwerte und Laplace-Wahrscheinlichkeit Formeln aufstellen Pfad- und Summenregel formulieren	Strichliste, Kreisdiagramm, Histogramm, Stängel-Blätter-Diagrammen, Boxplot, Streudiagramm geometrische Darstellung des Mittelwertes als Schwerpunkt Baumdiagramme

Unterrichtssituationen:

- **Freizeitverhalten von Gleichaltrigen**
  Freizeitverhalten wie Sport, Computer, Fernsehen, Lesen, Musik usw. im eigenen Jahrgang mit einem selbsterstellten Fragebogen erfassen und mit den Mitteln der explorativen Datenanalyse auswerten. Vergleich mit einer Partnerschule in einer andern Stadt, einem anderen Land oder Kontinent vornehmen, z.B. über Internet. Hier bietet sich ein Jahrgangsprojekt an.
- **Verkehrsunfallstatistik in unserer Stadt**
  Einholen und Erfassen der Unfallstatistik des Schulortes, Untersuchung nach Risikogruppen, auffälligen Ergebnissen bei verschiedenen Tageszeiten oder Wochentagen oder besonderen Unfallorten, „Der sichere Schulweg“
- **Roulette – ein Spiel mit mehrstufigen Zufallsexperimenten**
  Roulette spielen, Gewinnchancen verschiedener Ereignisse bestimmen, Gesetz der Serie hinterfragen, Einsatz- und Gewinnwahrscheinlichkeiten untersuchen und mit Laplace-Wahrscheinlichkeiten vergleichen, Spielsucht thematisieren

Anmerkungen/Erläuterungen:

Dieser rote Faden hat starke Verknüpfungen zu allen anderen roten Fäden dieser Jahrgangsstufe und auch zu anderen Fächern. So wird mit Formeln, Grafen und Punktwolken in Streudiagrammen hantiert und Verhältniszahlen werden benutzt. Streuung, Mittelwerte und Laplace-Wahrscheinlichkeit sind Maße und zu geometrischen Wahrscheinlichkeiten gehören Flächenbetrachtungen. Schwierigkeiten bei der Begriffsbildung in anderen roten Fäden sollten bei der Erarbeitung der nötigen Werkzeuge beachtet werden, andererseits ergeben sich hier neue Sinnkontexte für die Begriffsbildung in den anderen roten Fäden wie z.B. bei Funktionen. Die Themen eignen sich insbesondere dazu, fachübergreifende Projekte wie z.B. zu Wetterdaten, zur Bevölkerungsentwicklung und anderen soziografischen Daten oder auch zum Sport durchzuführen. Daher sollte eine Abstimmung mit anderen Fächern stattfinden. Auch auf den Missbrauch von Daten sollte eingegangen werden.

Bei der Auswertung der großen Datenmengen sollte auf den Einsatz von Computern zurückgegriffen werden. Hierbei sind besonders Tabellenkalkulationen oder spezielle Software zur explorativen Datenanalyse geeignet. Zur Beschaffung geeigneter Daten eignet sich neben der eigenen Erhebung besonders das Internet.

Eine Differenzierung ist vornehmlich bei der Formalisierung der Zählprinzipien, der Laplace-Wahrscheinlichkeitsdefinition, der Pfad- und Summenregel und der Mittel- und Streuwerte angebracht. Das Spektrum kann dabei von der Interpretation der zugehörigen Formeln bis zu kalkülhaftem Umgang derselben reichen. Die Werkzeuge der explorativen Datenanlyse erlauben ansonsten wegen ihrer einfachen mathematischen Struktur breite Zugänge für Schülerinnen und Schüler.

6.2.3 Stufe 9/10

Stufe 9/10	**Denken in Zahlen - „Exakte“ Zahlen und Näherungen -**

Anforderungen/Inhalte:

- Quadratwurzel als Länge einer Strecke deuten und konstruieren
- die Eigenschaften irrationaler Zahlen untersuchen und mit bekannten Zahlen vergleichen
- Rechenoperationen um Potenzieren und Radizieren erweitern
- Potenzschreibweise von Zahlen nutzen und zugehörige Rechenoperationen durchführen
- mit reellen Zahlen rechnen
- Lösungsverfahren für quadratische Gleichungen entwickeln
- verschiedene Näherungsverfahren zur Bestimmung irrationaler Zahlen, von π, von Oberflächeninhalten und Volumina sowie besonderer Stellen bei Funktionen entwickeln und anwenden

Handlungsorientierung	**numerisch betontes Bündel**	**variablenbetontes Bündel**	**gestaltbetontes Bündel**
Fibonacci-Folge an Tannenzapfen, Ananas und Sonnenblume entdecken Proportionen am menschlichen Körper bestimmen homöopathische Verdünnungen herstellen Spiralmuster herstellen	Näherungsverfahren für Wurzeln durchführen Quotienten der Werte der Fibonacci-Folge auf das Teilverhältnis des goldenen Schnitts untersuchen Nullstellen über Intervallschachtelungen bestimmen π mit verschiedenen Verfahren näherungsweise bestimmen Pyramiden-, Kegel- und Kugelvolumen über Näherungen ermitteln	Potenzrechenregeln mit Variablen darstellen Quadrieren und Wurzelziehen als inverse Operationen für Zahlen und Gleichungen anwenden Einfluss von Parametern auf Funktionsgrafen untersuchen Rekursionen und Iterationen mit Formeln darstellen Lösungsformeln für quadratische Gleichungen verwenden	Quadratwurzel als Diagonale im Quadrat Quadratwurzel als Nullstelle von Grafen quadratischer Funktionen Nullstellen über Iteration von Tangenten an Grafen Figuren und Objekte mit Strecken im Verhältnis des goldenen Schnitts Spiralen Fraktale

Unterrichtssituationen:

- **Unendlich dicht und trotzdem Lücken**

  Mit Hilfe von Näherungsverfahren erkennen, dass Wurzeln sich nicht durch Dezimalbrüche oder Brüche ausdrücken lassen, die rationalen Zahlen um die irrationalen erweitern, ausgehend von der Anordnung der rationalen Zahlen auf dem Zahlenstrahl Hypothesen über die mögliche Anordnung sowie über die Anzahl der irrationalen Zahlen bilden. Zu Zahlen aus verschiedenen Zahlbereichen werden Steckbriefe erstellt.
- **Der goldene Schnitt**

  Ästhetische Proportionen in der Kunst, Architektur und Natur untersuchen; Wechselwegnahme in Rechteck und Fünfeck durchführen, Fibonacci-Folge aufstellen und Quotienten der Folgenglieder bilden, das Teilverhältnis des goldenen Schnittes näherungsweise bestimmen, Folgen von Kettenbrüchen bilden, Näherungsverfahren zur Lösung quadratischer Gleichungen anwenden. Es bietet sich die Zusammenarbeit mit dem Fach Kunst an.
- **„p-genau“**

  Im Rahmen eines Stationenlernens bieten sich verschiedene Methoden zur Bestimmung der Zahl π an: An Objekten aus dem Alltag das Verhältnis zwischen Umfang und Radius bestimmen, Kreisflächen mit Maßeinheiten auslegen, Kreisumfänge mit Umfängen regelmäßiger n-Ecke nähern usw. Weitere Stationen thematisieren stochastische Verfahren (siehe „Stochastisches Denken“).

Anmerkungen/Erläuterungen:

Auf dieser Jahrgangsstufe wird das Verhältnis zwischen Näherungen und „exakten“ Zahlen als Schwerpunkt angesehen. Dabei sollte bei Näherungen über Konvergenz und Fehlerabschätzung reflektiert werden. Zur Differenzierung bieten sich unterschiedlich formale Vorgehensweisen an. Der Grenzwertbegriff wird propädeutisch entwickelt. Bei Näherungsverfahren sind Taschenrechner und Computerprogramme zu verwenden.
Formale Beweise für die Irrationalität von Zahlen sind nicht verbindlich.
In Zusammenhang mit den Rechenoperationen in den verschiedenen Zahlbereichen ergibt sich unter Verwendung von Kontexten aus dem beruflichen Umfeld eine gute Vorbereitungsmöglichkeit für Schülerinnen und Schüler, die nach Ende der Sekundarstufe I in die berufliche Ausbildung wechseln.
Bei der Behandlung von π ergeben sich Verbindungen zum „Denken in räumlichen Strukturen“ und zum „Stochastischen Denken“. Näherungsverfahren verbinden diesen roten Faden mit „Denken in Funktionen und Wechselwirkungen“, insbesondere bei der Behandlung der näherungsweisen Bestimmung von Nullstellen.
Der Logarithmus einer Zahl soll nicht formal thematisiert, aber als Umkehrrechnung beim Lösen von Exponentialgleichungen in konkreten Anwendungen benutzt werden.

Stufe 9/10	Denken in Maßen und Größen - Umgehen mit messbaren Verhältnissen -

Anforderungen/Inhalte:

- Verhältniszahlen in ähnlichen Dreiecken durch Messen untersuchen und bestimmen (Strahlensätze)
- Verhältniszahlen in ähnlichen rechtwinkligen Dreiecken untersuchen und bestimmen (Tangens, Sinus, Kosinus) und damit Winkel und Seitenlängen im rechtwinkligen Dreieck berechnen
- ð als Verhältniszahl von Durchmesser und Umfang erfahren
- Winkel im Bogenmaß messen; gegebene Winkel in Grad und im Bogenmaß angeben und bei Steigungen als Prozentwert bestimmen
- Flächensätze im rechtwinkligen Dreieck untersuchen, damit Konstruktionen und Beweise durchführen und den Satz des Pythagoras für Längenberechnungen nutzen.
- Oberflächeninhalte und Volumina schätzen, messen und berechnen

Handlungs-orientierung	numerisch betontes Bündel	variablenbetontes Bündel	gestaltbetontes Bündel
Messgeräte bauen und einsetzen Kreislinien abrollen zur Bestimmung von Umfängen Knotenschnur herstellen und damit messen Geobretter bauen Volumina experimentell bestimmen Winkeluhren bauen Körper zerlegen und ergänzen	gleiche Verhältnisse erkennen und deuten Steigungen und Gefälle mit Verhältniszahlen und Prozenten angeben Messfehler bestimmen vorgegebene Winkel in Grad- und Bogenmaß angeben Kreise ausmessen Kreismaße, Zylinder- und Kugelmaße numerisch bestimmen	mit Formeln Winkel, Seitenlängen und Steigungen bestimmen Formeln bei Kreis, Kugel, Zylinder usw. umstellen Strahlensätze mit Variablen formulieren, deuten und umstellen	ähnliche Figuren Kreisfiguren Pythagoras-Konfiguration Pythagoras-Baum rechtwinklige Dreiecke in Flächen und Körpern Tangens, Sinus und Kosinus im Einheitskreis trigonometrische Funktionsgrafen maßstabsgerechte Modelle

Unterrichtssituationen:

- **Messen mit selbst gebauten Messgeräten**

  Gruppenweise verschiedene Messgeräte wie Storchenschnabel, Astrolabium, Theodolit usw. bauen, mit diesen beispielhaft Gebäudehöhen- oder Landvermessungen vornehmen, Funktionsweisen des jeweiligen Messgerätes untersuchen, Ergebnisse bezüglich Bau, Messungen und Funktionsweise präsentieren. Diese Situation ist geeignet als Langzeitaufgabe oder als Vorhaben.

- **Pythagoras und die Maurer**

  Historische und aktuelle Verfahren zur Bestimmung rechter Winkel vergleichen, auf dem Schulgelände rechteckige Grundrisse auspflocken, als Messgeräte lediglich Bandmaß und selbst gefertigte, unterschiedliche Knotenschnüre experimentell benutzen, Experten wie Maurer, Zimmerleute, Architekten befragen. Diese Situation eignet sich zum Erstellen einer Broschüre oder einer Internetseite.

- **Experimentelle Volumenbestimmung**

  Volumen experimentell durch Umfüllen, Verdrängen, Befüllen, Wiegen und Vergleichen bestimmen, zusammengesetzte Körper konkret oder gedanklich in bekannte Teilkörper zerlegen, neue Körper durch Zusammensetzen bilden, geeignete Maße an geometrischen Körpern zur Volumenbestimmung ermitteln.

  Als Material eignen sich: Hohlkörper, Kantenmodelle, Waagen, Sand. Wasser, Messzylinder, Cavalieri-Modell, Werkstücke, Schrotkugeln, Reiskörner usw.

  Für diese Unterrichtssituation bietet sich das Stationenlernen an.

Anmerkungen/Erläuterungen:

Für einen verständnisvollen Umgang mit trigonometrischen Beziehungen ist das gleichzeitige Betrachten und Deuten aller möglichen Seitenverhältnisse in rechtwinkligen Dreiecken sinnvoll. Der Begriff Steigung hat große praktische Bedeutung. Auf Grundniveau sollten Winkelbeziehungen grundsätzlich handlungsorientiert in Sachkontexten verwendet werden.
Das Bogenmaß ist sinnvoll für Berechnungen von Bogenlängen und Kreissektorflächen. Auf erweitertem Niveau soll es auch bei trigonometrischen Funktionen Verwendung finden.
Bei der Behandlung des Satzes des Pythagoras sollten historische Bezüge angesprochen werden.
Als Erweiterungen bieten sich an: Satz von Cavalieri, Körperstümpfe, Sinus- oder Kosinussatz.
Die Zahlbereichserweiterung stellt den Bezug zum „Denken in Zahlen“ und die geometrischen Körper, Darstellungen und Raumwinkel zum „Denken in räumlichen Strukturen“ her.

Stufe 9/10	Denken in räumlichen Strukturen - Körper und Körperschnitte -

Anforderungen/Inhalte:

- Eigenschaften von Kugel, Kegel, Pyramide untersuchen und die Netze von Kegel und Pyramide herstellen
- Eigenschaften von schiefen Körpern beschreiben
- Körperschnitte untersuchen
- Werkzeichnungen erstellen und lesen
- Figuren und Körper um verschiedene Achsen drehen und die entstehenden Rotationskörper beschreiben
- Figuren und Körper mit Hilfe von zentrischer Streckung vergrößern und verkleinern

Handlungs-orientierung	numerisch betontes Bündel	variablenbetontes Bündel	gestaltbetontes Bündel
Modelle aus Papier und anderen Materialien bauen Figuren und Körper um verschiedene Achsen drehen Rasterung und Storchenschnabel zum Vergrößern und Verkleinern nutzen Schattenrisse herstellen an Körpern aus Knetgummi oder Ton Schnitte erzeugen	Volumina und Oberflächeninhalte von Körpern schätzen und berechnen bei Volumenvergleichen Verhältniszahlen bestimmen Streckfaktoren angeben und festlegen aus Werkzeichnungen Maße entnehmen	Veränderungen an Körpern durch Variable und Terme beschreiben Strecken und Flächenverhältnisse u.a. bei Strahlensätzen durch Wortgleichungen und Formeln ausdrücken	Drei-Tafel-Projektion Explosionszeichnung Schnittflächen in transparenten Modellen archimedische Körper Sternkörper ähnliche Figuren

Unterrichtssituationen:

- **Werkstücke für die Serienfertigung**
  Werkstücke entwerfen und zeichnen, in einem CAD-System konstruieren und über eine CNC-Maschine in Serie erstellen, Arbeitsabläufe koordinieren und in einfachen Plänen festhalten, nach Werkstücken Netze entwerfen, die Lage ausgewählter Seitenflächen bestimmen. Eine Zusammenarbeit mit dem Fach Arbeit-Wirtschaft-Technik bietet sich an.
- **Verpackungen mit vorgegebenen Volumen**
  Einen Prototyp einer stapelbaren Verpackung für 500 g Reis entwerfen, die kein Würfel oder Quader sein und entsprechend der Verpackungsordnung nicht mehr als 20% Luft enthalten darf; dazu ein Netz der Verpackung entwerfen und als Werbefläche gestalten, alternativ: das Netz so konstruieren, dass möglichst wenig Verpackungsmüll entsteht; Exponate präsentieren. Diese Unterrichtssituation eignet sich als Langzeitaufgabe. Die Zusammenarbeit mit dem Fach Kunst ist anzustreben.
- **Rotationskörper**
  Körper, Flächen und Strecken um verschiedene Achsen drehen, die entstehenden Rotationskörper beschreiben; mit Bohrmaschine, Mixer oder Kurbel eine Rotationsmaschine bauen, Körper bestimmen, entsprechende Erzeugungsfiguren entwerfen und von vorgegebenen Figuren auf die Rotationskörper schließen, dabei auch Rotationsachsen wählen, die nicht Symmetrieachsen der Flächen oder Körper sind.

Anmerkungen/Erläuterungen:

Auf dieser Jahrgangsstufe ist eine inhaltliche Anbindung an die Arbeitswelt anzustreben. Viele Eignungstests prüfen das räumliche Vorstellungsvermögen. Dieses lässt sich auch auf dieser Altersstufe in besonderem Maße mit kopfgeometrischen Übungen zum Beispiel an Rotationskörpern fördern.

Auf erweitertem Niveau und in bestimmten Kontexten können Pyramiden- und Kegelstümpfe behandelt werden. Als Ergänzung zu den platonischen lassen sich die archimedischen Körper entwickeln. Beispiele aus der Architektur zeigen, wie durch Drehung ungewohnte, unregelmäßige Wohnflächen und -räume geschaffen werden.

Über den Satz des Cavalieri und über die Rotationskörper ergibt sich eine Verbindung zum „Denken in Maßen und Größen“. Wenn Veränderungen von Radius, Höhe usw. kontinuierlich vorgenommen werden, ergibt sich bei Betrachtungen von Volumina ein Zusammenhang zum „Denken in Funktionen und Wechselwirkungen“.

.

Stufe 9/10	Denken in Funktionen und Wechselwirkungen - Modellieren -

Anforderungen/Inhalte:

- anwendungsorientierte Problemstellungen mit Hilfe von linearen Gleichungssystemen beschreiben, lösen und interpretieren
- Modelle für verschiedene Wachstumsprozesse entwickeln und begründet auswählen
- charakteristische Eigenschaften von Potenzfunktionen – insbesondere quadratischer Funktionen - kennen, beschreiben und anwenden
- charakteristische Eigenschaften von Exponentialfunktionen an konkreten Wachstums- und Zerfallsprozessen untersuchen
- trigonometrische Funktionen für die Beschreibung periodischer Vorgänge kennen, untersuchen und anwenden
- einfache Modelle zur Beschreibung dynamischer Systeme verwenden

Handlungs-orientierung	numerisch betontes Bündel	variablenbetontes Bündel	gestaltbetontes Bündel
Sonnenkollektoren bauen Brückenmodelle herstellen Parabeln durch Falten erzeugen Wachstumsprozesse simulieren Pendelversuche durchführen Schallwellen sichtbar machen	Rekursionen und Iterationen mit Tabellenkalkulation oder Taschenrechner durchführen Näherungsverfahren durchführen Fehlerabweichungen berechnen Optimierungsprobleme numerisch untersuchen mit Werten extrapolieren Halbwertszeiten bestimmen	Koeffizienten von Gleichungssystemen bestimmen Parametervariationen in Funktionstermen vornehmen und untersuchen mit Formeln experimentieren, Formeln erstellen und interpretieren explizite und rekursive Formeln aufstellen und benutzen	Atlas der Funktionsgrafen Regressionsgrafen Flussdiagramme Spinnwebdiagramme zeichnerische Lösung von Optimierungsproblemen

Unterrichtssituationen:

- **Bau eines Sonnenkollektors**

  Im Rahmen eines Projekts gruppenweise einen Sonnenkollektor bauen; das unterschiedliche Reflexionsverhalten von Lichtstrahlen, die auf Spiegelflächen mit halbkreis- und parabelförmigen Querschnitten treffen, untersuchen; die Brennlinie als den Ort erkennen, in dem sich bei einem parabelförmigen Querschnitt alle reflektierenden Strahlen schneiden und damit das Konstruktionsprinzip eines Sonnenkollektors verstehen, die Funktionsfähigkeit überprüfen. In dieser Unterrichtssituation stehen die praktische Arbeit und das Produkt im Vordergrund. Die Zusammenarbeit mit Arbeit-Wirtschaft-Technik, mit Naturwissenschaften und mit Gesellschaftslehre ist sinnvoll.

- **Wachstum**

  In themendifferenten Gruppen zu verschiedenen Wachstums- und Zerfallsprozessen (Schokolinsen, Malzbierschaum, Kaffeetemperatur, „Zahlenbingo“) Versuchsreihen durchführen; Daten in Tabellen erfassen, im Koordinatensystem darstellen, mit Funktionstermen experimentieren und geeignete Funktionsvorschriften finden.

  Beispiel: Zwei einseitig beschriftete Schokolinsen werden geworfen. Die Schokolinsen werden um die Anzahl Linsen vermehrt, deren Schriftbild nach dem Wurf nach oben zeigt. Die so entstandene neue Anzahl wirft und vermehrt man wieder nach dem oben beschriebenen Muster.

- **Der dynamische Zins**
  Aktuelle Zinssätze einholen, geeignete Flussdiagramme für die Beschreibung von Zinseszinsproblemen entwickeln, Lösungen und Zusammenhänge mit Hilfe einer Software, die eine Modellbildung und Simulation dynamischer Systeme erlaubt, visualisieren.

Anmerkungen/Erläuterungen:

Durch den Grad der Komplexität bei der Behandlung von Optimierungsproblemen und dynamischen Systemen entstehen vielfältige Differenzierungsmöglichkeiten. Die Exponentialfunktionen sind kontextbezogen aus sinnvollen Anwendungssituationen zu entwickeln. Umkehrfunktionen und Fraktale können auf erweitertem Niveau behandelt werden. Auf Grundniveau kann bei einer Beschränkung auf die Sinusfunktion die Auswirkung der Parameter untersucht werden.

Allen Schülerinnen und Schülern sollte ein rechnergestütztes Arbeiten mit grafikfähigen Taschenrechnern oder Computern ermöglicht werden.
Durch die Zahlbereichserweiterung ergeben sich inhaltliche Bezüge zum „Denken in Zahlen“, über die Annäherung von Punktwolken durch Kurven lassen sich Verbindungen zum „Stochastischen Denken“ herstellen.
Für Schulabgängerinnen und -abgänger ist es wichtig, dass sie sicher mit linearen und quadratischen Funktionen umgehen können.

Stufe 9/10	**Stochastisches Denken** **- Trends, Hypothesen und Simulationen -**

Anforderungen/Inhalte:

- Punktwolken durch Kurven nähern, Kurven glätten und Daten explorieren
- Passgerade, Regression, Trendkurven, Abweichungen von einer Näherungskurve und Fehlerabweichungen untersuchen
- Hypothesen entwerfen, bewerten und überprüfen, Bayes-Wahrscheinlichkeit und umgekehrten Wahrscheinlichkeitsbaum untersuchen, apriori- und a posteriori- Wahrscheinlichkeiten unterscheiden, Erwartungswerte ermitteln
- Simulationen durchführen und stochastische Konvergenz propädeutisch behandeln

Handlungs-orientierung	**numerisch betontes Bündel**	**variablenbetontes Bündel**	**gestaltbetontes Bündel**
Daten aus realen Zusammenhängen ermitteln Zufallexperimente bei Simulationen durchführen	Simulationsexperimente numerisch auswerten	Formeln erstellen und entsprechende Formeln deuten Wahrscheinlichkeiten als Unbekannte behandeln Funktionsgleichungen untersuchen	Baumdiagramme Punktwolken Passgeraden Trendkurven

Unterrichtssituationen:

- **Schokoladenmarken-Erkennung**
  Verschiedene Schokoladenmarken verdeckt schmecken, erste Hypothesen zur Zuordnung der Marken (primäre Intuition) aufstellen, Überprüfungsmöglichkeiten entwickeln und Hypothesen fortlaufend überprüfen und erneuern.
- **Bevölkerungsentwicklung in unserer Stadt**
  Geburts- und Sterbestatistiken einholen und erfassen, Alterspyramiden des Schulortes aufstellen, Zeitreihen darstellen, auffällige Datenentwicklungen und deren Ursachen untersuchen, Trendaussagen formulieren. Diese Unterrichtssituation kann sinnvoll in ein fächerübergreifendes Projekt eingebettet werden.
- **„Zufällig p“**
  Im Rahmen eines Stationenlernens zur Pi-Bestimmung bietet sich die Monte-Carlo-Methode an: Die Kreis- und Quadratfläche über die Punktdichte zufällig fallender Tropfen nähern und miteinander vergleichen, Fragestellungen wie „Wird die Näherung besser, wenn mehr Tropfen fallen?“ untersuchen. Als weitere Station bietet sich das Buffonsche Nadelproblem an. Diese Unterrichtssituation bezieht sich auf mehrere Tableaus.

Anmerkungen/Erläuterungen:

Als Verknüpfung zu allen anderen roten Fäden dieser Jahrgangsstufe lässt sich insbesondere bei der Pi-Bestimmung das Näherungsverfahren durch Simulation integrieren und mit den iterativen Verfahren vergleichen.

Bei der Betrachtung von empirisch gewonnenen Punktwolken ergeben sich gute Wiederholungen bzw. Anwendungen der bisher bekannten Funktionstypen. Diese fließen bei der Erarbeitung der nötigen Werkzeuge ein. Die Trendüberlegungen eignen sich auch dazu, fachübergreifende Projekte durchzuführen z.B. zu Börsendaten. Sinnvoll ist die Abstimmung mit anderen Fächern. Auch der Missbrauch von Daten ist ein möglicher Unterrichtsinhalt.
Bei den großen Datenmengen sollte auf den Einsatz von Computern zurückgegriffen werden. Hierbei sind besonders Tabellenkalkulationen oder spezielle Software zur explorativen Datenanalyse bzw. Programme zur Simulation geeignet.
Zur Beschaffung von Daten bietet sich neben der eigenen Erhebung besonders das Internet an.

7 Formen der gesamtschulspezifischen Leistungsbewertung

7.1 Pädagogischer Leistungsbegriff

Grundlage der Leistungserfassung und Bewertung im Mathematikunterricht an der integrierten Gesamtschule ist ein pädagogischer Leistungsbegriff, der den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen und -bedingungen der Schülerinnen und Schüler gerecht wird und der dem Konzept eines handlungsorientierten Unterrichts angemessen ist. Er fördert vielseitiges, ganzheitliches Lernen, selbstständiges und selbstbestimmtes Handeln und gibt Raum für die Entfaltung der gesamten Persönlichkeit.

Zum pädagogischen Leistungsbegriff gehören folgende Merkmale:

- Leistung ist produkt- und prozessorientiert.

Die Bedingungen des Zustandekommens, der Ablauf der Lern- und Arbeitsprozesse sowie die individuellen Leistungszuwächse und Kompetenzerweiterungen werden in der Regel gleichrangig mit den entstehenden Lern- und Arbeitsergebnissen erfasst und bewertet.
Produktorientierte Leistungsbewertung bezieht sich auf fachspezifische Arbeitsergebnisse auf unterschiedlichen Leistungsniveaus und Kompetenzstufen; prozessorientierte Leistungsbewertung berücksichtigt auch das Lernverhalten beim Problemlösen (Anstrengungsbereitschaft, Ausdauer usw.), die Anwendung von Lernstrategien und -techniken, die kritische Bewertung der eigenen Arbeitsergebnisse, den Umgang mit erkannten Fehlern usw. Neben fachspezifischen Lernzielen werden auch fächerübergreifende Ziele wie die Entwicklung von Kreativität, Team-, Kommunikations- und Argumentationsfähigkeit gewürdigt. Prozessorientierte Leistungsbewertung erfordert natürlich auch lernprozessbegleitende Beobachtungs- und Feststellungsverfahren.

- Leistung bezieht sich auf individuelles und soziales Lernen.

Einerseits ist Mathematiklernen individuelles Lernen; jeder verfügt über ganz persönliche Lernstrategien. Der Unterricht gibt deshalb Raum für selbstständiges und selbstbestimmtes Handeln, Eigentätigkeit und Kreativität und entwickelt und fördert somit die Leistungsbereitschaft und -fähigkeit des Einzelnen.
Andererseits spielt aber auch das gemeinsame Lernen, die in Kooperation mit anderen erbrachte Leistung eine große Rolle. Besonders offene Unterrichtsformen wie Freiarbeit, projektorientierter Unterricht, Stationenlernen – in der Regel verbunden mit Sozialformen wie Partner- und Gruppenarbeit – verlangen von den Lernenden hohe Anforderungen im Bereich fachlicher, methodischer und sozialer Kompetenzen. Das erfordert auch eine Erweiterung der Leistungserfassung und -bewertung in dem Sinne, dass auch andere als ausschließlich fachspezifische Ziele in der Bewertung berücksichtigt werden.

- Leistung ist ganzheitlich und vielfältig.

Ein ganzheitlicher Leistungsbegriff beschränkt sich nicht auf das kognitive Spektrum verschiedener Grund- und Zusatzanforderungen, sondern fördert auch praktische, kreative und soziale Leistungen.

Erfahrungslernen, handlungsorientiertes und ganzheitliches Lernen sind die dafür geeigneten Formen, welche die schulischen Anforderungen mit den Lebenswelterfahrungen der Lernenden und mit der außerschulischen Lebenswirklichkeit verbinden.
Damit die vielfältigen Formen menschlichen Lernens in fairer Weise anerkannt werden, muss eine lerntypengerechte Leistungsbewertung stattfinden. Das Lernen mit allen Sinnen erfordert erweiterte Formen der Leistungsbewertung, die auch visuellen, auditiven, kinästhetischen und anderen Lerntypen gerecht wird.
Lernen und Leistung findet immer auf verschiedenen Darstellungsebenen statt. Daher sollte die Erfassung und Bewertung von Leistung nicht nur auf der symbolischen Ebene (in der Regel die schriftlichen Arbeiten) stattfinden, sondern auch auf der ikonischen Ebene (Wissen in Form von Zeichnungen und Grafiken darstellen) und auf der enaktiven Ebene (durch Handeln, Produktherstellung usw.).

7.2 Leistungserfassung und -bewertung

Leistung und Leistungsbewertung sollten sich nicht nur auf kognitive Leistungen in Klassenarbeiten und Lernkontrollen sowie auf die mündliche und sonstige Mitarbeit im Unterricht beziehen. Solche Vorgehensweisen allein werden einer veränderten Unterrichtskultur, die offene Lehr- und Lernformen und Methodenvielfalt beinhaltet, nicht gerecht. Das Anliegen ist vielmehr, die vielfältigen Leistungen zu erfassen, zu beschreiben und zu bewerten, die in einem solchen veränderten Unterricht erbracht werden. Insbesondere sollen im Mathematikunterricht auch die übergeordneten Kompetenzen wie Team- und Kooperationsfähigkeit sowie Medien- und Informationskompetenz, Lern- und Methodenkompetenz bewertet werden.

Die Leistungserfassung stützt sich auf die Lernerfolge und Arbeitsergebnisse in der schriftlichen, mündlichen und praktischen Mitarbeit und auf die Beobachtungen der Lernprozesse während des Unterrichts, bei Langzeitaufgaben und Gruppenprojekten, der Arbeit in Lernwerkstätten, in außerschulischen Lernorten und auf die Dokumentationen der Schülerinnen und Schüler.
Die Beobachtungen beziehen sich auf die mathematischen Schwerpunkte bei der Problemlösung. Wichtig ist dabei die Betrachtung der Organisation des Prozesses zur Bewältigung der mathematischen Probleme. Gleichrangig sind festzuhalten: die individuellen und sozialen Lernprozesse, die während dieses Lösungsprozesses zu beobachten sind, die Bedingungen unter denen sie stattfinden und auch die Entwicklung von Kreativität, Team-, Kommunikations- und Argumentationsfähigkeit .

Eine wesentliche Grundlage der Leistungserfassung und -bewertung sind die von den Schülerinnen und Schülern erstellten Dokumentationen. Sie enthalten Arbeitsergebnisse, die in Form von schriftlichen Arbeiten als Grafiken und Zeichnungen sowie als Produkte vorliegen können oder den Ablauf des eigenen Lösungsweges, des Lernprozesses und die Reflexion über diesen Prozess beschreiben.

Die Bewertung, die sich auf die vorher beschriebenen Grundlagen stützt, umfasst

- fachliche Leistungen wie
- die Fähigkeit, mathematische Probleme zu stellen und zu lösen, z.B. durch Erarbeiten und Anwenden von Verfahren und Lösungsalgorithmen, durch das experimentelle und systematische Verändern von Objekten, Relationen und Bedingungen, mit Hilfe von Strategien wie Verallgemeinern oder Analogisieren,
- die Fähigkeit, mathematisch zu argumentieren, mathematische Probleme zu erklären und zu begründen sowie definitorische Prozesse nachzuvollziehen,
- die Fähigkeit, mathematisch zu denken und zu handeln wie z. B. bei der Auswahl und Benutzung von Kriterien zum Vergleich von Objekten, beim Abstrahieren von Gemeinsamkeiten aus unterschiedlichen Kontexten mit Hilfe von formalen Elementen sowie bei mathematischen Beschreibungen auch außermathematischer Zusammenhänge,
- die Fähigkeit, mit den symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umzugehen,
- die Fähigkeit zur mathematischen Modellierung und zur kritischen Reflexion dieser Modelle,
- die Fähigkeit, Aufgaben und Probleme aus dem privaten, beruflichen und gesellschaftlichen Leben selbstständig in eine mathematische Form zu bringen, sie zu bearbeiten, um dann kompetent die reale Lebenssituation besser zu verstehen und zu verändern.

- Leistungen im sprachlich-kommunikativen Bereich
- Mitarbeit bei der Entwicklung von Lösungsideen, Modellen und bei der Erörterung von Problemlösungen sowohl im kognitiven Bereich als auch bei praktischen Aufgaben
- Zusammenfassen und Weiterführen von Ergebnissen des Unterrichts durch Teilnahme am Unterrichtsgespräch
- Vortragen, Präsentieren von Arbeitsergebnissen
- Dokumentation von Arbeitsergebnissen schriftlich in einer Mappe, in einem Gruppenbericht, in einem Protokoll, in einem Tagebuch oder in einem Filmskript
- Darstellen erworbener Kenntnisse durch mündliche Zusammenfassungen oder schriftliche Ausarbeitungen oder durch Multimediapräsentationen
- Leistungen im gestalterischen und organisatorischen Bereich
- Erstellen nichtsprachlicher Darstellungen wie Skizzen, Diagramme, Tabellen
- Herstellen, untersuchen und darstellen von Modellen
- Durchführen und Auswerten von Versuchen und Experimenten
- Organisation und Umsetzung von Abläufen, entwickeln und herstellen von Plakaten, Postern, Bildern, Filmen, Folien,
- Medienproduktionen
- Organisieren und durchführen von Arbeitsabläufen bei Gruppenarbeiten
- Informationen zielgerichtet beschaffen, bewerten, fachgerecht auswerten und verarbeiten

Die Leistungsbewertung gibt so Rückmeldung zum Lernprozess, zum Lernstand und zum Lernerfolg und trägt zur Stabilisierung der Lernkonzepte bei.
Verpflichtend werden laut Erlass mindestens zwei schriftliche Lernkontrollen pro Halbjahr durchgeführt. Dabei sind die Bestimmungen der Bezugserlasse sinngemäß anzuwenden. Die Art und der Inhalt der Aufgabenstellungen in den schriftlichen Lernkontrollen sollen den Unterrichtszielen und dem unterrichtlichen Vorgehen entsprechen und die Vielfalt der im Unterricht erarbeiteten Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten widerspiegeln. Es ist wünschenswert, dass sie auch praktische Anteile, Experimente oder die Arbeit am Computer beinhalten.
Die zwei verbindlichen schriftlichen Lernkontrollen können durch andere Formen wie Langzeitaufgaben, Facharbeiten, Referate, Gruppenarbeiten, Lernwerkstattprojekten usw. ergänzt werden.

7.3 Lernentwicklungsberichte (Fachberichte)

Lernentwicklungsberichte sind am pädagogischen Leistungsbegriff orientiert. Sie sind für einen offenen, binnendifferenzierten Unterricht eine besonders geeignete Form der Rückmeldung.
Lernentwicklungsberichte geben den Schülerinnen und Schülern in beschreibender Form Auskunft über das, was sie im Mathematikunterricht geleistet haben und wozu sie nach Ansicht der Lehrkräfte persönlich fähig sind. Durch sie können die individuelle Lernentwicklung und der persönliche Lernerfolg besser beschrieben und gewürdigt werden als mit Notenzeugnissen. Sie sollen die Lernenden in ihrem Bemühen um gute, anspruchsvolle Leistungen stärken.
Lernentwicklungsberichte enthalten in Bezug auf den Mathematikunterricht Aussagen zur individuellen Entwicklung des Lern- und Arbeitsverhaltens, zu Fortschritten im Lernprozess und zum Lernerfolg in den einzelnen Unterrichtssituationen und -projekten und den dort behandelten Themenschwerpunkten. Darüber hinaus sind Rückmeldungen zur Entwicklung von Lern- und Methodenkompetenzen und zum sozialen Lernen und Handeln sehr sinnvoll. Auch mathematische Leistungen aus A/Ü-Stunden, Frei- und Wochenplanarbeit sowie Lernwerkstattprojekten sollten im Fachteil aufgenommen werden.
Lernentwicklungsberichte geben Hinweise auf die weitere Förderung einerseits in Richtung besonderer Talente, Potenziale und Lernstrategien, andererseits zur Verringerung von Lerndefiziten.
Die fachspezifischen Teile des Lernentwicklungsberichtes werden in freier, verbaler oder in stärker standardisierter Form abgefasst; Mischformen sind ebenso möglich.
Im Lernentwicklungsbericht können auch die Schülerinnen und Schüler ihren Leistungsstand und ihre Lernentwicklung darstellen und reflektieren.

8 Arbeit in den Fachkonferenzen

8.1 Hinweise für die Arbeit an schuleigenen Curricula

Die Rahmenrichtlinien sind Grundlage und Rahmen der fachlichen Arbeit in der einzelnen Schule. Sie müssen durch die Fachkonferenz konkretisiert werden. Dazu zählen die Planung von Unterrichtssituationen und das Bereitstellen von Materialien, insbesondere für die Umsetzung der Handlungsorientierung. Die Entwicklung einer Gesamtkonzeption für den Mathematikunterricht der einzelnen Schule muss als kontinuierlicher Prozess angelegt werden. Die Elemente der mit den Rahmenrichtlinien angestrebten Unterrichtskultur sind in den Schulalltag einzubauen. Dazu zählen im einzelnen die folgenden Fragestellungen:

- Wie wird grundlegendes Wissen gesichert und ein verständniserzeugendes Lernen auf unterschiedlichem Niveau erreicht?
- Durch welche kognitiven und motivationalen Techniken und Strategien kann die Verantwortung für das selbstregulierte Lernen gestärkt werden?
- Wie sind Aufgabenstellungen so weiterzuentwickeln, dass eine größere methodische Variabilität, abwechslungsreiche Anwendungsaufgaben in variierenden Kontexten und vernetztes Wissen ermöglicht werden?
- Wie werden unterschiedliche Lernzugänge ermöglicht?
- Wie wird Handlungsorientierung als Unterrichtsprinzip umgesetzt?
- Wie sollen zurückliegende Inhalte in den aktuellen Unterricht integriert werden?
- Wie können Fehler produktiv und lernfördernd genutzt werden?
- Wie kann der Zuwachs von Kompetenz erfahrbar werden?
- Wie lässt sich kumulatives Lernen fördern?
- Wie kann effektives Üben als durchgehende Strategie in das schuleigene Curriculum eingebaut werden?
- Wie soll fächerübergreifendes und -verbindendes Arbeiten gefördert werden?
- Welche Konzepte werden zu mädchen- und jungenrelevanten Aspekten entwickelt?
- Wie wird soziales und kooperatives Arbeiten im Fachunterricht gefördert?

8.2 Die Aufgaben der Fachkonferenzen

Die Fachkonferenzen sorgen dafür, dass die aktuelle fachdidaktische Diskussion in die Fachkonferenz eingeht. Die Kooperation im Fachkollegium soll dazu dienen, den Austausch von Unterrichtserfahrungen und -materialien zu fördern und die fachdidaktischen Entwicklungs- und Dokumentationsarbeiten voranzubringen. Insbesondere ist es die Aufgabe der Fachkonferenzen,

- eine Jahresplanung, abgestimmt mit anderen Fächern und unter Einbeziehung pädagogischer Schwerpunkte, aufzustellen,

- einen schuleigenen Lehrplan für die Sekundarstufe I aufzustellen, der regelmäßig aktualisiert wird,
- im schuleigenen Lehrplan die äußere Fachleistungsdifferenzierung zwischen Erweiterungs- und Grundkursen so aufeinander abzustimmen, dass Kurswechsel möglich sind,
- Kriterien der Leistungsmessung und -bewertung aufzustellen und kontinuierlich weiterzuentwickeln,
- ein schuleigenes Konzept zur Nutzung elektronischer Medien zu entwickeln ,
- neben mathematischen Inhalten auch die Planung und den Einsatz von Unterrichtsvorhaben, Medien, Methoden und Arbeitstechniken zu verabreden,
- sich in regelmäßigen Abständen zu vergewissern, ob die vereinbarten Zielsetzungen erreicht werden und wie die daraus gewonnenen Erfahrungen für die weitere Arbeit genutzt werden können und
- die Kooperation mit den abgebenden und aufnehmenden Schulen oder Schulstufen sowie mit Wirtschaft und Lehrbetrieben zu organisieren.